6ème
MATHEMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Thème : Géométrie du plan

LEÇON 5 DE LA CLASSE DE 6e:

CERCLES ET DISQUES

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE.

A l'occasion de la fête de Tabaski, M Abou attache son mouton dans sa cour avec une corde de 4m qu'il fixe à un piquet solidement planté sur sa pelouse.
Non loin de ce lieu, son fils Issa en classe de sixième au Lycée Moderne d'Abobo a planté une belle fleur à 5m du piquet ayant servi pour attacher le mouton.
Inquiet que le mouton broute sa fleur, Issa veux savoir la surface d'herbes que le mouton peut brouter.
Tes amis de classe l'aident en faisant un dessin de la surface d'herbes que le mouton peut brouter où ils prennent 1cm pour représenter 1m et représentent le piquet par un point O.

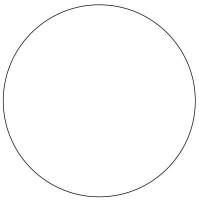
B. CONTENU :

I. Présentation et vocabulaire :

1. Cercle :

Définition :

Un cercle est l'ensemble des points situés à une même distance d'un point donné.
Ce point est appelé centre de ce cercle.
Cette distance est appelée le rayon de ce cercle.

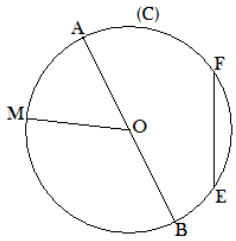


Notation

Le cercle de centre O et de rayon r est noté C(O; r).

Vocabulaire

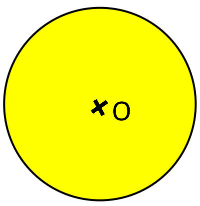
- Le point O est le centre du cercle (C)
- Le segment [OM] est un rayon du cercle (C)
- La distance OM est le rayon du cercle (C)
- Le segment [AB] est un diamètre de (C)
- La distance AB est le diamètre de (C).
- Les segments [AB] et [EF] sont des cordes du cercle (C)



2. Disque

Présentation :

Le disque de centre O et de rayon r est la surface délimitée par le cercle (C) et qui contient le point O

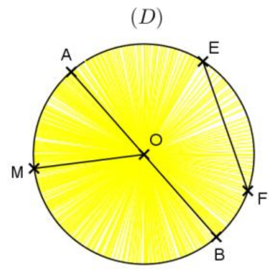


Notation :

Un disque de centre O et de rayon r est noté D (O ; r).

Vocabulaire :

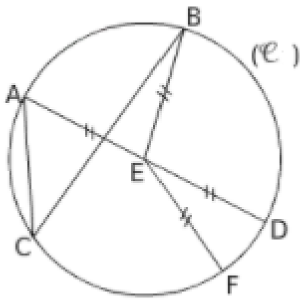
- Le point O est le centre du disque (D)
- Le segment [OM] est un rayon du disque (D)
- La distance OM est le rayon du disque (D)
- Le segment [AB] est un diamètre du disque (D)
- La distance AB est le diamètre de (D).
- Les segments [AB] et [EF] sont des cordes du disque (D).



Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre $(\mathcal{C})$ est un cercle

Cite une corde, un diamètre, un rayon et le centre de ce cercle.



Corrigé de l'exercice de fixation :

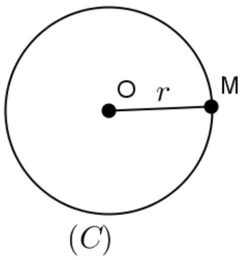
$[CB]$ est une corde du cercle ; $[AD]$ est un diamètre du cercle et $[EF]$ est un rayon du cercle. E est le centre du cercle.

II. Caractérisation d'un point appartenant à un cercle

Propriétés

M est un point du cercle (C)

- Si M ∈ C(O ; r) alors $OM = r$
- Si $OM =$ r alors M ∈ C(O;r).



Exercice de fixation

Complete les phrases suivantes

F ∈ C (O; 3) donc $OF = \cdots$

$OP =$ 5 donc P ∈ …..

Corrigé de l'exercice de fixation :

F ∈ C (O; 3) donc $OF = 3$

$OP =$ 5 donc P ∈ C (O; 5)

III. Périmètre d'un cercle – aire d'un disque

1. Périmètre d'un cercle

Formule

Le périmètre d'un cercle de rayon r ou de diamètre d est :

$\boxed{P = 2 \times \pi \times r}$ ou $\boxed{P = \pi \times d}$.

Exercice de fixation 1

Un cercle (C) a un rayon de 5cm. Calcule le périmètre P de ce cercle en cm. On prendra $\pi = 3{,}14$.

Corrigé de l'exercice de fixation

On a : $\boxed{P = 2 \times \pi \times r}$

$P = 2\times 3{,}14 \times 5$

Donc P = 31,4 cm

Exercice de fixation 2

Un cercle (C) a un diamètre de 1 m. calcule le périmètre P de ce cercle en m. On prendra $\pi = 3{,}14$.

Corrigé de l'exercice de fixation

On a : $\boxed{P = \pi \times d}$

$P = 1 \times 3{,}14$

Donc $P = 3{,}14$ m

2- Aire d'un disque

Formule

L'aire d'un disque de rayon r est : $\boxed{A = r \times r \times \pi}$

Exercice de fixation 1

Un disque (D) a un rayon de 5cm. Calcule l'aire A de ce disque en cm. On prendra $\pi = 3{,}14$

Corrigé de l'exercice de fixation

On a : $\boxed{A = r \times r \times \pi}$

$A = 5 \times 5 \times 3{,}14$

$A = 78{,}5\ cm^2$

C. SITUATIONS D'EVALUATION.

Pour l'élevage de poussins, une association de jeune dispose d'une ferme de forme circulaire, de rayon 5 mètres. Elle souhaite la clôturer d'un seul tour, et s'inquiète si le grillage de grillage de 30 mètres, dont elle dispose, suffira. Sachant que cette association prévoit une entrée de 1,5 mètre de largeur.

1.Determinr le périmètre P de la ferme.

2.Calcule la longueur *l* de la clôture.

3.Justifie que l'association n'a pas de raison de s'inquiéter.

(Prends π = 3,1).

Corrigé de la situation d'évaluation

1. Je détermine le périmètre P de la ferme.
   On a : $P = 2 \times \pi \times r$
   $P = 2 \times 3{,}1 \times 5$
   $P = 31\ m$
2. Je calcule la longueur l de la clôture.
   On a : $l = P - 1{,}5$
   Donc $l = 31 - 1{,}5$
   $l = 29{,}5\ m$
3. Pour que l'association n'ait pas de raison de s'inquiéter il faudrait que la longueur de la clôture à déterminer soit inférieure à 30 mètres
   On a $29{,}5m < 30m$. Donc l'association n'a pas de raison de s'inquiéter.

D. EXERCICES.

Exercice 1

Traduis chacune des égalités suivantes par l'appartenance du point M à un cercle

1- IM = 5
2- GM = 3
3- MP = 0,5

Corrigé de l'exercice

1- IM = 5 signifie que $M \in C(I, 5)$
2- GM = 3 signifie que $M \in C(G, 3)$
3- MP = 0,5 signifie que $M \in C(P, 5)$

Exercice 2

1) Calcule en fonction de π, le périmètre P d'un cercle de rayon 5 cm.
2) Calcule une valeur approchée du périmètre de ce cercle pour π ≈3,14

Corrigé de l'exercice

1) Je calcule en fonction de π, le périmètre P d'un cercle de rayon 5cm
   On a : $P = 2 \times \pi \times r$
   $P = 2 \times \pi \times 5cm$
   Donc $P = 10\pi\ cm$
2) Je calcule une valeur approchée du périmètre de ce cercle pour π ≈3,14
   On a $P = 10\pi\ cm$
   $P = 10cm \times 3{,}14$
   Donc $P = 31{,}4\ cm$

Exercice 3

1) Calcule l'aire A d'un disque de rayon 4 cm en fonction de π
2) Calcule une valeur approchée de l'aire A pour π ≈3,14

Corrigé de l'exercice

1) Je calcule l'aire A d'un disque de rayon 4 cm en fonction de π

On a : $A = r \times r \times \pi$
$A = 4cm \times 4cm \times \pi$
$A = 16\pi\ cm^2$

2) Je calcule une valeur approchée de l'aire A pour π ≈3,14

On a : $A = 16\pi$
$A = 16cm^2 \times 3{,}14$
$A = 50{,}24\ cm^2$

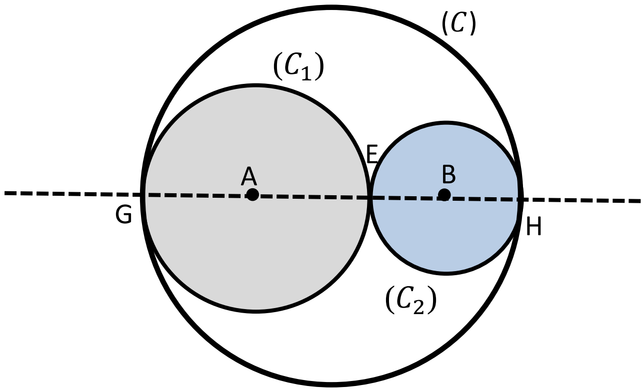
Exercice 4

L'unité de longueur est le centimètre. On donne deux points A et B, tels que : AB= 2,5.

1- Trace le cercle (C_1) de centre A et de rayon 1,5
2- Trace le cercle (C_2) de centre B et de rayon 1
3- Les deux cercles se coupent au point E
   a) Trace la droite(AB)
      La droite (AB) coupe le cercle (C_1) en G et E ; elle coupe le cercle (C_2) en E et H
   b) Construis le cercle (C) de diamètre [GH]
4- Hachure les disques D (A ; 1,5) et D (B ; 1)

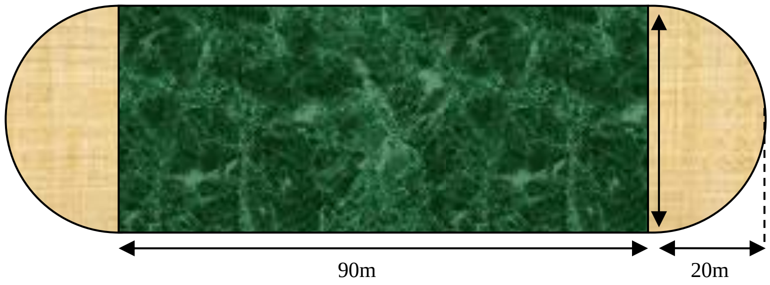
Corrigé de l'exercice

AB = 2,5 *cm* ;   AE = 1,5 *cm* ; BE = 1 *cm*



Exercice 5

Le nouveau terrain d'athlétisme offert par la municipalité de Bouna est représenté par la figure ci-dessous.



Ce terrain servira aux compétitions scolaires et il sera recouvert de tapis synthétique.
Curieux, les élèves veulent déterminer le périmètre et l'aire du tapis.

1) Calcule le périmètre de ce terrain d'athlétisme.
2) Calcule son aire. On prendra π =3

Corrigé de l'exercice d'évaluation

1) Je calcule le périmètre de ce terrain d'athlétisme

On a : $\boxed{P = 2 \times \pi \times r + 2 \times L}$

$P = 2 \times 3 \times 20m + 2 \times 90m$

Donc $P = 300\ m$

2) Je calcule son aire

- Je calcule l'aire A_1 des deux demi-cercles.

On a : $A_1 = r \times r \times \pi$

$A_1 = 20m \times 20m \times 3$

$A_1 = 1200\ m^2$

- Je calcule l'aire A_2 de la partie rectangulaire.

On a : $A_2 = L \times l$

$A_2 = 90m \times 40m$

$A_2 = 3600\ m^2$

Donc l'aire de ce terrain est :

On a : $A = A_1 + A_2$

$A = 1200\ m^2 + 3600\ m^2$

$A = 4800\ m^2$

Exercice 6

La grande aiguille de l'horloge d'une classe de 6éme qui mesure 15cm, balaie une surface plane donnée lorsqu'elle fait le tour du cadran. Tu prendras 3,14 comme valeur de π.

1- Calcule une valeur approchée du périmètre du cercle délimitant cette surface
2- Calcule une valeur approchée de l'aire du disque balayée par l'aiguille

Solution

1- Je calcule une valeur approchée du périmètre du cercle délimitant cette surface

On a : $P = 2 \times \pi \times r$

$P = 2 \times 3{,}14 \times 15cm$

$P = 94{,}2\ cm$

2- Je calcule une valeur approchée de l'aire du disque balayée par l'aiguille

On a : $A = r \times r \times \pi$

$A = 15cm \times 15cm \times 3{,}14$

$A = 706{,}5\ cm^2$