Code :

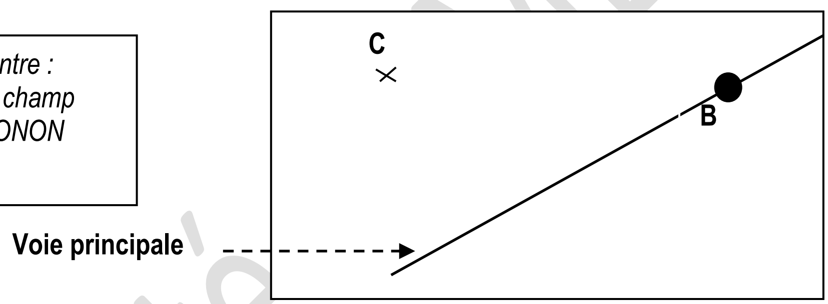
Thème : **GEOMETRIE** DU PLAN

LEÇON 4 : DISTANCES **Durée : 6 heures**

A - SITUATION D'APPRENTISSAGE

Un riche planteur de la région de BONON cherche à faire tracer la voie la plus courte joignant son champ à la voie principale bitumée et rectiligne à cet endroit. Cette voie devrait lui permettre d'écouler à moindre coût les produits venant de son champ. Disposant d'une carte de la région, il fait appel à son fils élève de quatrième au Collège Moderne de BONON pour réaliser ce tracé. Son fils sollicite ses camarades de classe pour l'aider.
Les élèves réalisent le tracé en utilisant la figure ci-dessous.

Sur la figure ci-contre :
C représente le champ
B représente BONON

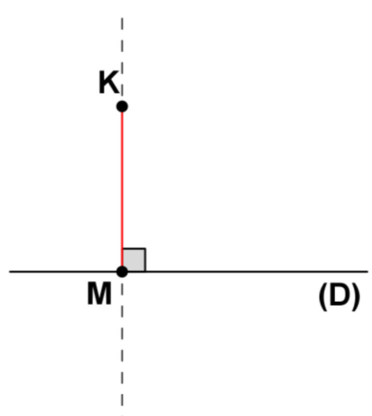


B - CONTENU DE LA LEÇON

I- Distance d'un point à une droite

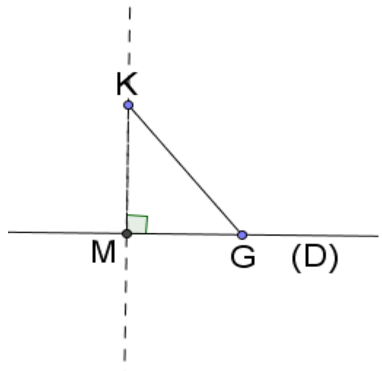
1. Définition

(D) est une droite et K est un point qui n'appartient pas à la droite (D). M est le point d'intersection de (D) et de la perpendiculaire à la droite (D) passant par K. KM est appelée distance du point K à la droite (D).



Remarques:

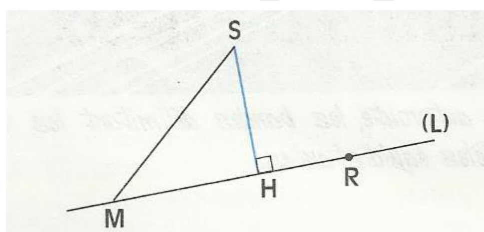
- KM étant la distance du point K à la droite (D), pour tout point G de la droite (D) non confondu à M, on a : KM < KG.



- G ∈ (D) donc la distance du point G à la droite (D) est nulle.

Exemple :

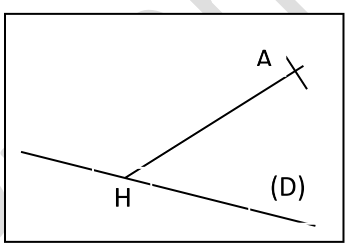
Sur la figure ci-dessous, la droite (SH) est perpendiculaire à la droite (L) au point H, donc SH est la distance du point S à la droite (L).



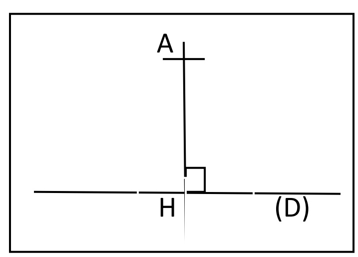
Exercice de fixation

Parmi les figure ci-dessous identifie celles sur lesquelles AH est la distance du point A à la droite (D).

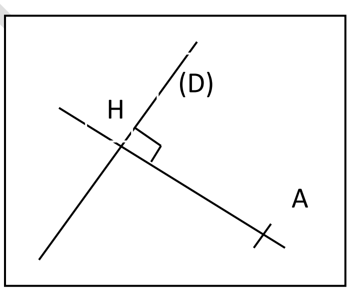
1



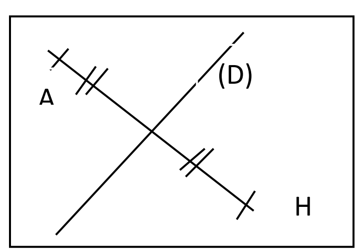
2



3



4



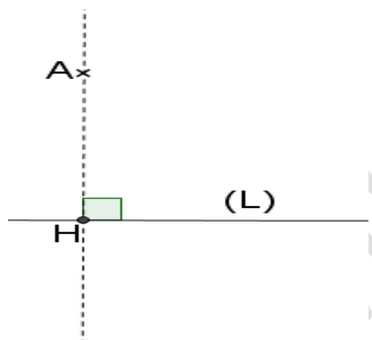
Corrigé

Les figures sur lesquelles AH est la distance du point A à la droite (D) sont les figures 2 et 3.

2. Méthode

Pour déterminer la distance d'un point A à une droite (L) :

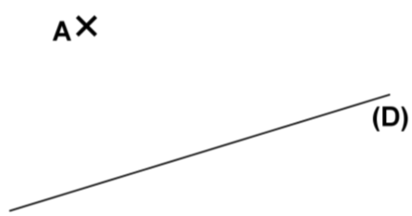
- on trace la perpendiculaire à (L) passant à A ;
- on note H le point d'intersection de cette droite avec (L) ;
- on mesure le segment [AH].
  La distance du point A à la droite (L) est la distance AH.



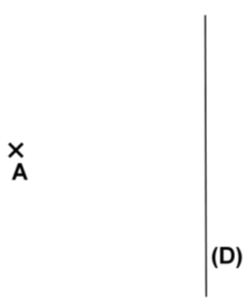
Exercice de fixation

Dans chacun des cas suivants, utilise tes instruments de géométrie pour déterminer la distance du point A à la droite (D).

1)

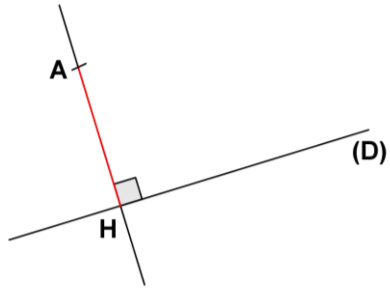


2)



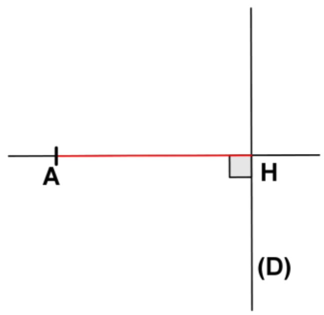
Corrigé

1)



La distance du point A à la droite (D) est la distance AH.

2)

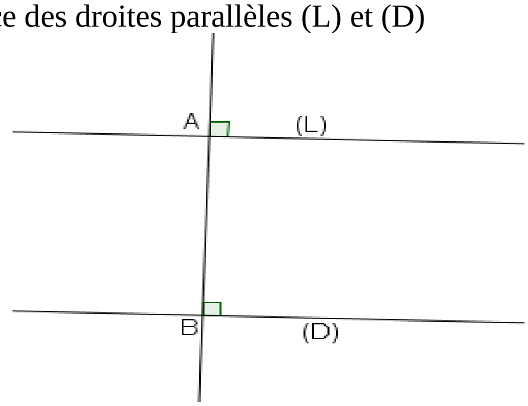


La distance du point A à la droite (D) est la distance AH.

II. Distance de deux droites parallèles

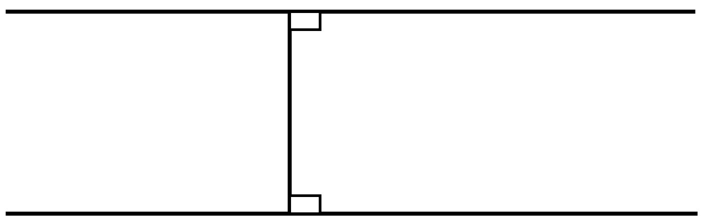
Définition

(L) et (D) sont deux droites parallèles.
A est un point de la droite (L) et B un point de la droite (D) tels que la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (L).
La distance AB est appelée distance des droites parallèles (L) et (D)



Exemple

Sur la figure ci-dessous : (D) // (Δ) ; A ∈ (D) ; B ∈ (Δ) ; (AB)⊥(Δ) et AB = 2,6 cm.

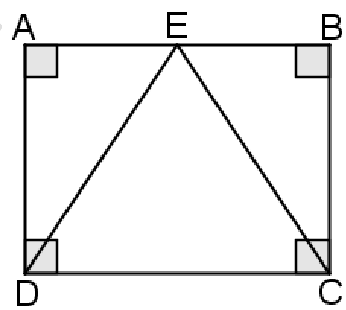


La distance des deux droites parallèles (D) et (Δ) est la distance AB c'est-à-dire 2,6 cm.

Exercice de fixation

Observe la figure codée ci-contre puis complète le tableau suivant par Vrai ou Faux.

Affirmation	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est ED	La distance de la droite (AD) à la droite (BC) est AB	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est BC
Réponse			



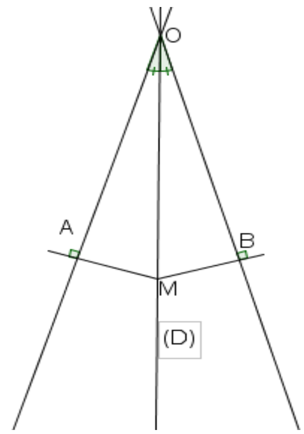
Corrigé

Affirmation	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est ED	La distance de la droite (AD) à la droite (BC) est AB	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est BC
Réponse	Faux	Vrai	Vrai

III. Caractérisation de la bissectrice d'un angle

Propriété 1

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est **équidistant** des supports des côtés de cet angle.



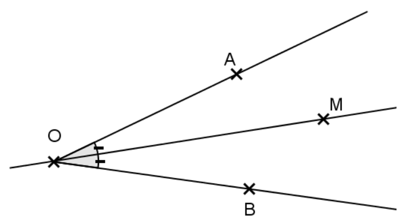
$\boxed{\text{Le point M appartient à la bissectrice (D) de l'angle } \widehat{AOB}}$

$\downarrow$

$\boxed{\text{distance de M à (OA) = distance M à (0B)}}$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-dessous, $\widehat{AOB}$ est un angle et M un point du plan.
Justifie que le point M est équidistant des droites (OA) et (OB).

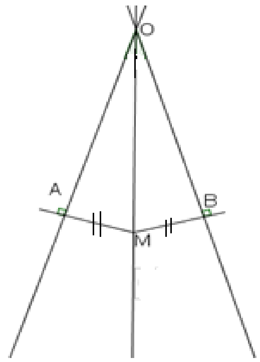


Corrigé

La droite (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$. Comme M∈(OM) alors le point M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{AOB}$.

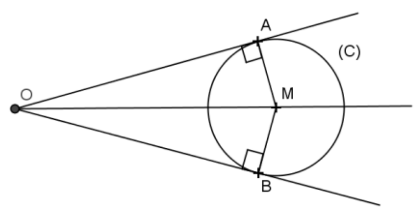
Propriété 2

Si un point est équidistant des supports des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.



Exercice de fixation

Observe la figure ci-dessous et justifie que le point M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

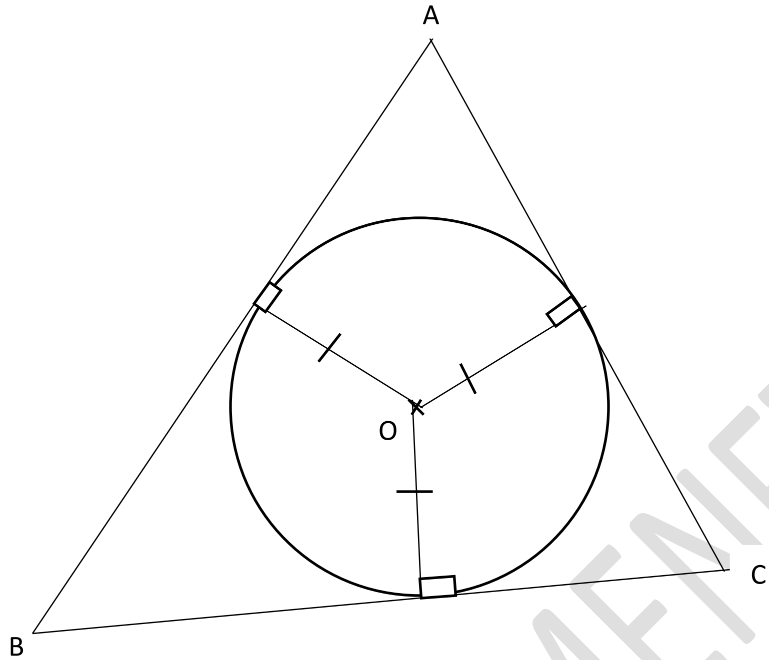


Corrigé

(C) est un cercle de centre M.
A et B sont deux points de (C), donc MA =MA.
Ainsi M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{AOB}$.
D'où M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

C -SITUATION D'ÉVALUATION

Dans un nouveau collège, le mât qui porte le drapeau de la Côte d'Ivoire doit être planté dans un espace de forme triangulaire. La dalle en béton entourant le mât doit avoir une forme circulaire. Le mât doit-être planté au centre du cercle et à égale distance des côtés du triangle comme l'indique la figure ci-dessous.
Pour prévoir les dépenses à effectuer pour la dalle de béton, le président du COGES veut connaître l'aire de la dalle.
Le maçon chargé des travaux demande à son fils de l'aider à trouver un moyen pour déterminer le centre du cercle et la formule de l'aire de la dalle en fonction du rayon r du cercle. Ainsi il pourra lui-même calculer l'aire lorsqu'il aura mesuré le rayon.
On sait que : AB = 24 m , AC = 20 m et BC = 16 m.



1.1. Justifie que le centre O du cercle appartient à la bissectrice (D_1) de l'angle $\widehat{ABC}$ et à la bissectrice (D_2) de l'angle $\widehat{ACB}$.

1.2. Ecris un programme de construction du point O

2-Calcule en fonction de r l'aire de chacun des triangles AOB, AOC et BOC

3-Déduis-en l'aire totale du triangle ABC en fonction de r.

Corrigé

1.1. Selon la propriété, les bissectrices d'un triangle sont concourantes et leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle.
1.2. Pour construire le point O, il faut tout simplement tracer les bissectrices d'au moins deux angles du triangle ABC.

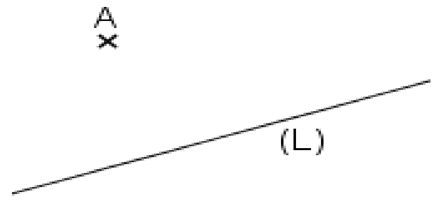
1) L'aire du triangle AOB = $\frac{AB\times r}{2} = \frac{24r}{2} = 12r\ cm^2$
L'aire du triangle AOC = $\frac{AC\times r}{2} = \frac{20r}{2} = 10r\ cm^2$
L'aire du triangle BOC = $\frac{BC\times r}{2} = \frac{16r}{2} = 8r\ cm^2$
2) L'aire totale du triangle ABC = $12r\ cm^2 + 10\ \ cm^2 + 8\ \ cm^2 = 30\ \ cm^2$

D - EXERCICES

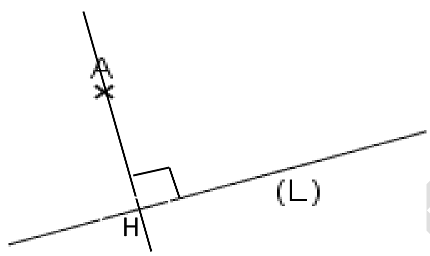
D-1. EXERCICES DE FIXATION

Exercice 1

L'unité de mesure est le cm.
Sur la figure ci-contre, détermine distance de A à la droite (L).



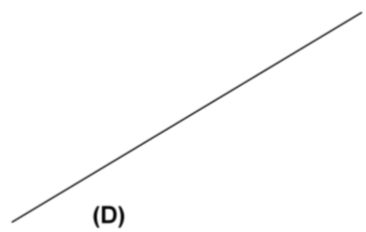
Corrigé



La distance de A à la droite (L) est AH.

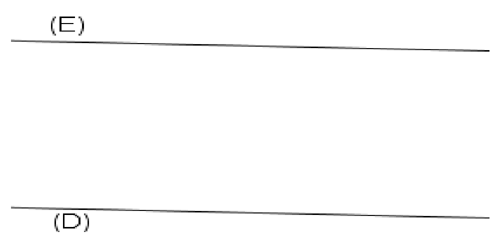
Exercice 2

Sur la figure ci-contre, place un point K à 3,5 cm de la droite (D).

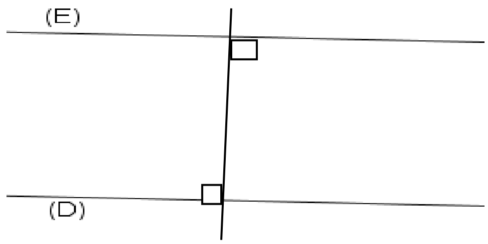


Exercice 3

L'unité de mesure est le $centimètre$, (E) et (D) sont deux droites parallèles.
Détermine la distance des droites (E) et (D).



Corrigé



La distance entre les deux droites parallèles (E) et (D) vaut environ 2,2 cm.

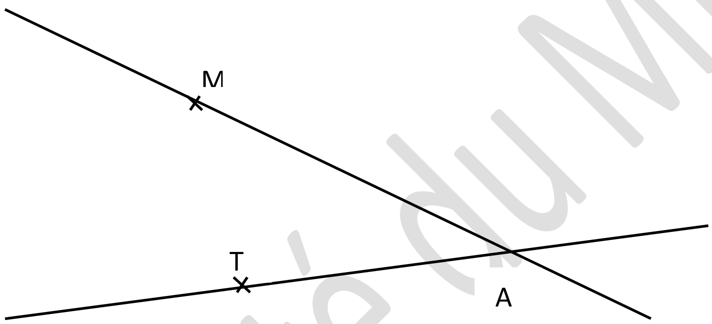
Exercice 4

Sur la figure ci-contre, construis une droite (Δ) à 3 cm de du point A

A ×

Exercice 5

Construis avec ta règle et ton compas la bissectrice de l'angle $\widehat{KIJ}$ ci-dessous :



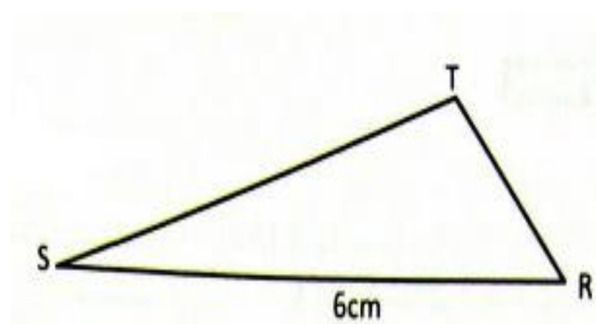
Exercice 6

$\widehat{AOB}$ est un angle.
Place un point M équidistant des droites (OA) et (OB).

D-2- EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 7

L'unité est le centimètre.
RST est un triangle tel que :
RS = 6.
On sait que l'aire du triangle RST est 12 cm^2.
Détermine la distance du point T à la droite (RS).



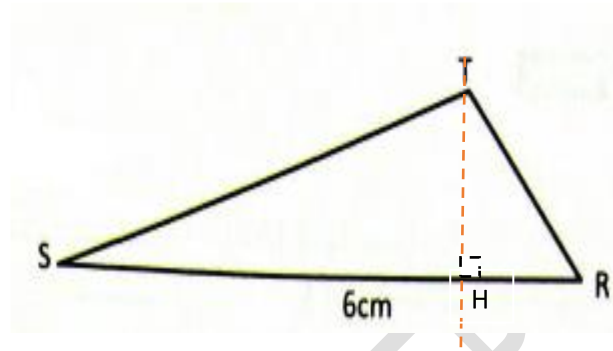
Corrigé

On sait que : $A_{aire} = \frac{Base \times Hauteur}{2}$

Soit H le pied de la hauteur relative au segment [SR].

On a : $A_{aire} = \frac{SR \times TH}{2} \Longrightarrow TH = \frac{2 \times A}{SR}$

$TH = \frac{2 \times 12}{6} = 4$. La distance du point T à la droite (SR) est égale 4cm.

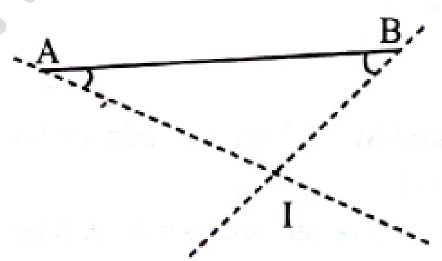


Exercice 8

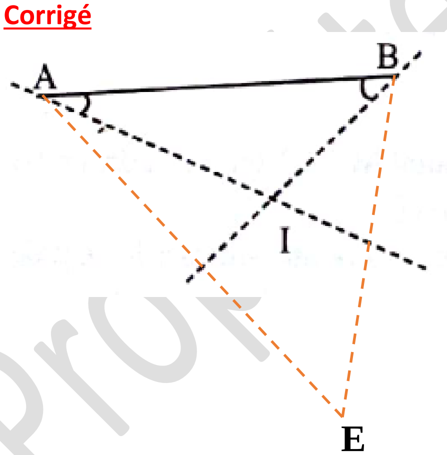
a) Trace une droite (D) et place un point M à 1,5 cm de la droite (D).
b) Place un autre point à 1,5 cm de la droite (D).
c) Trace les droites où se trouvent tous les points situés à 1,5 cm de (D).

Exercice 9

Construis le point E tel que I soit le centre du cercle inscrit dans le triangle ABE.

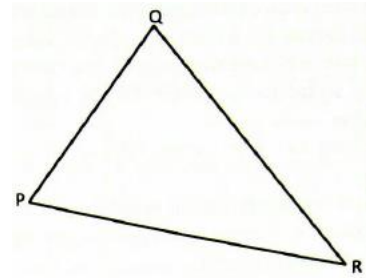


Corrigé



D-3- EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 10

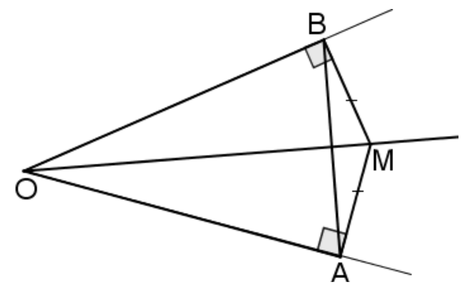


PQR est un triangle. Soit S un point situé à égale distance des droites (PQ) et (QR).

1) Justifie que S appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{PQR}$
2) Place un point S.

Exercice 11

L'objectif de cet exercice est de justifier que la droite (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.



Sur la figure codée ci-contre on a : MA = MB ;
(OB) ⊥ (BM) et (OA) ⊥ (AM)

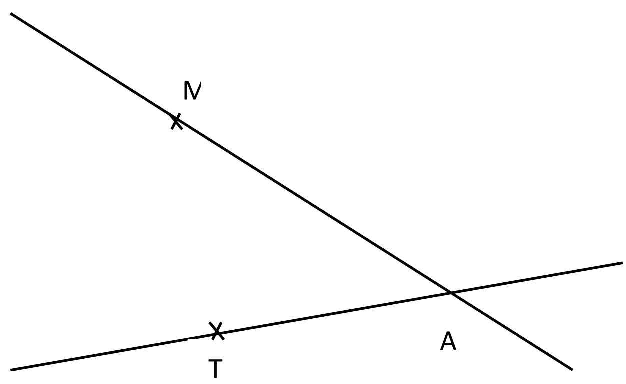
1) a- Quelle est la nature triangle MAB ? Justifie ta réponse.
   b- Déduis-en que les angles $\widehat{ABM}$ et $\widehat{BAM}$ ont la même mesure.
2) a- Détermine $mes\widehat{OBA}$ et $mes\widehat{OAB}$.
   b- Déduis-en la nature du triangle AOB.
3) a- Justifie que la droite (OM) est la médiatrice du segment [AB] .
   b- Que représente la droite (OM) pour de l'angle $\widehat{AOB}$?

   Justifie ta réponse.

Réponse de l'exercice 12

1) a- On a MA = MB donc le triangle MAB est isocèle en M.
   b- Puisque le triangle MAB est isocèle en M, alors mes$\widehat{ABM}$ = mes$\widehat{BAM}$, car les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.
2) a- On a (OB) ⊥ (BM) et (OA) ⊥ (AM), donc
   $\text{mes}\widehat{OAB} + \text{mes}\widehat{BAM} = 90°$
   $alors\ \text{mes}\widehat{OAB} = 90° - \text{mes}\widehat{BAM}$ (1)
   $\text{mes}\widehat{OBA} + \text{mes}\widehat{ABM} = 90°$
   $alors\ \text{mes}\widehat{OBA} = 90° - \text{mes}\widehat{ABM}$ (2)
   $donc\ \text{mes}\widehat{OAB} = \text{mes}\widehat{OBA}$ car $\text{mes}\widehat{BAM} = \text{mes}\widehat{ABM}$.
   b- Puisque $\text{mes}\widehat{OAB} = \text{mes}\widehat{OBA}$, le triangle AOB est isocèle en O.
3) a- Les points M et O sont équidistants des points A et B, donc éléments de la médiatrice du segment [AB].
   b- La droite (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$ car $\text{mes}\widehat{OAB} = \text{mes}\widehat{OBA}$ et elle passe par le sommet O de l'angle $\widehat{AOB}$.

Exercice 12



1) Sur la figure ci-dessus, construis un point O situé à 3 cm de la droite (AM) et à 2 cm de la droite (AT).
2) Combien de points tels que A peux-tu construire ?

Exercice 13

Sur la figure ci-contre, le point A est situé à 5 cm de la droite (Δ).
On veut placer un point B tel que :
AB = 4 cm et la distance du B à la droite (Δ) soit égale à 4 cm.

1) Construis sur la figure un point B remplissant les conditions ci-dessus.
2) Détermine le nombre de points B possibles.
3) Détermine la distance du point A à la droite passant par ces points B trouvés.