



**THEME : TRANSFORMATION DU PLAN**

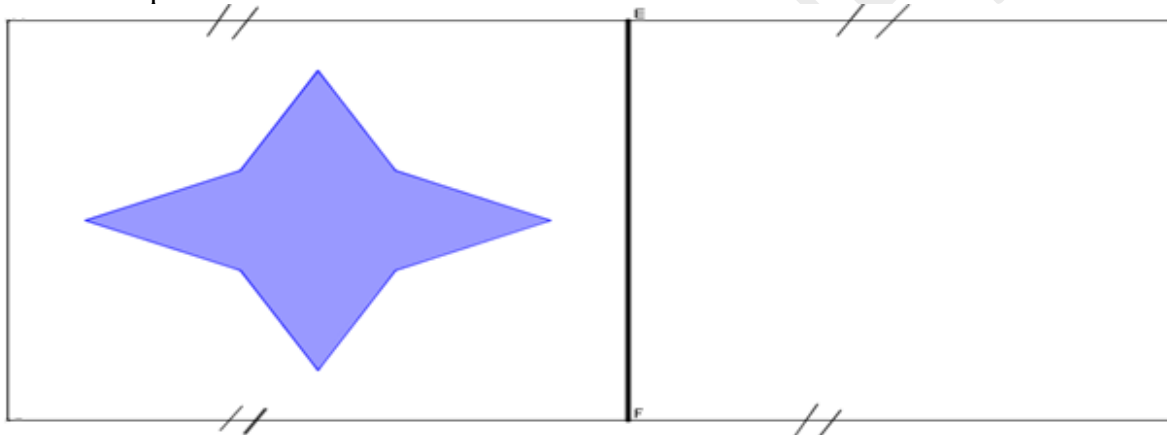
**Leçon 2 de la classe de cinquième :**

**FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE**

**A. SITUATION D'APPRENTISSAGE**

Le club littéraire d'un Collège veut se doter d'un logo. Ce logo est constitué d'un rectangle et de deux étoiles.

Sur la figure ci-dessous, on a représenté l'une des deux étoiles. L'autre étoile s'obtient en pliant la feuille de papier suivant la droite (EF). Émerveillés par le logo, les élèves de la classe de cinquième 2 veulent le réaliser entièrement. Pour cela ils décident de réaliser une construction précise de la deuxième étoile.

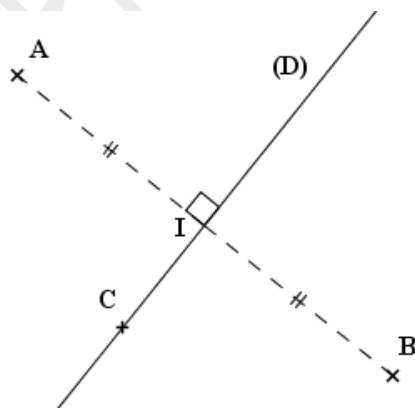


**B. CONTENU DE LA LEÇON**

**I. Symétrique d'un point par rapport à droite**

**1- Définition**

Deux points A et B sont **symétriques** par rapport à une droite (D) **signifie que** la droite (D) est la médiatrice du segment [AB]



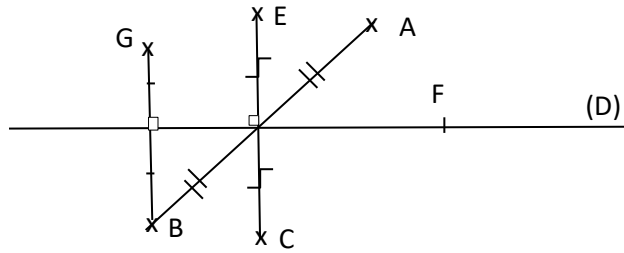
$$(D) \perp (AB) \text{ et } AI = IB$$

Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (D)

**Remarque :** Tout point C appartenant à la droite (D) est son propre symétrique par rapport à la droite (D).

**Exercice de fixation**

Cite les points de la figure ci-contre qui sont symétriques par rapport à la droite (D).

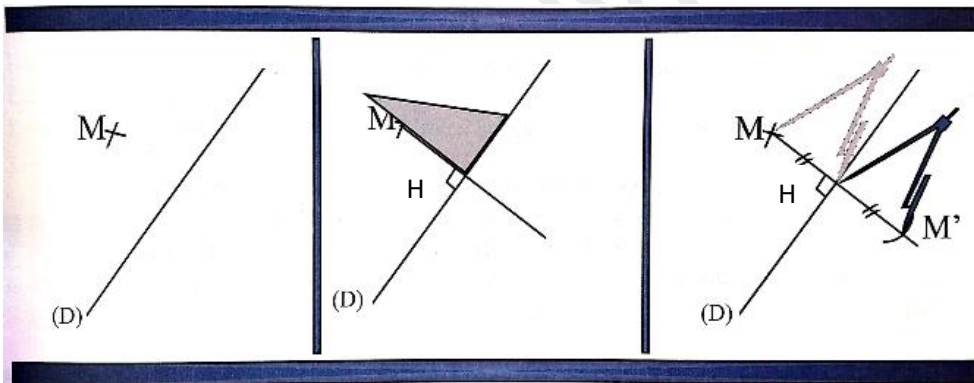


**Corrigé de l'exercice de fixation :**

Les points C et E sont symétriques par rapport à la droite (D).  
 Les points B et G sont symétriques par rapport à la droite (D).  
 Le point F est son propre symétrique par rapport à la droite (D).

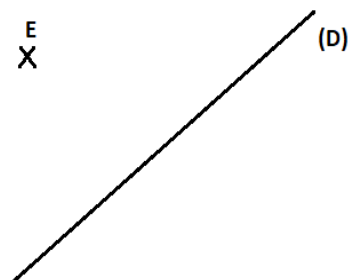
**2- Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite**

- Trace une droite (D) et place un point M n'appartenant pas à la droite (D),
- Trace une droite perpendiculaire à la droite (D) passant par le point M. Les deux droites se coupent en un point H.
- Construis le point M' appartenant à la demi-droite [MH) tel que  $MH=HM'$
- Le point M' est le symétrique du point M par rapport à la droite (D)

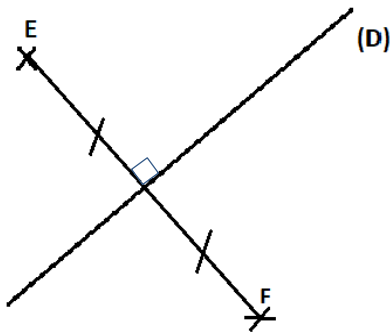


**Exercice de fixation**

Construis le point F symétrique du point E par rapport à la droite (D).



## Corrigé de l'exercice de fixation

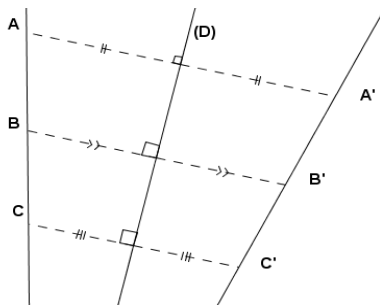


### II. Propriétés des figures symétriques par rapport à une droite

#### 1) Symétrique de points alignés par rapport à une droite :

##### Propriété

Lorsque trois points A, B et C sont alignés, leurs symétriques A', B' et C' par rapport à une droite sont aussi alignés.



Données :

A, B et C sont des points alignés

A', B' et C' sont des symétriques respectifs des points A ; B et C par rapport à la droite (D)

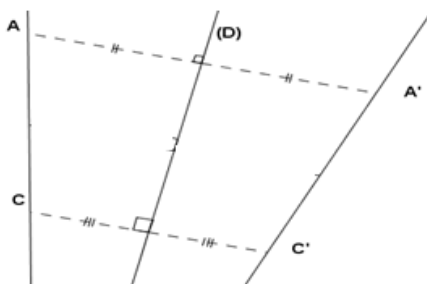
Conclusion :

Les points A', B' et C' sont alignés

#### 2) Symétrique d'une droite, d'une demi-droite par rapport à une droite

##### Propriétés

- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite
- Le symétrique d'une demi-droite par rapport à une droite est une demi-droite.



-Les droites (AC) et (A'C') sont symétriques par rapport à la droite (D).

-Les demi-droites [AC) et [A'C') sont symétriques par rapport à la droite (D)

### Exercice de fixation

Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par (V) si l'affirmation est vraie ou par (F) si elle est fausse.

- Les symétriques des points d'une ligne brisée par rapport à une droite sont des points alignés.
- Les symétriques des points d'une droite par rapport à une droite sont des points alignés.
- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une demi-droite.

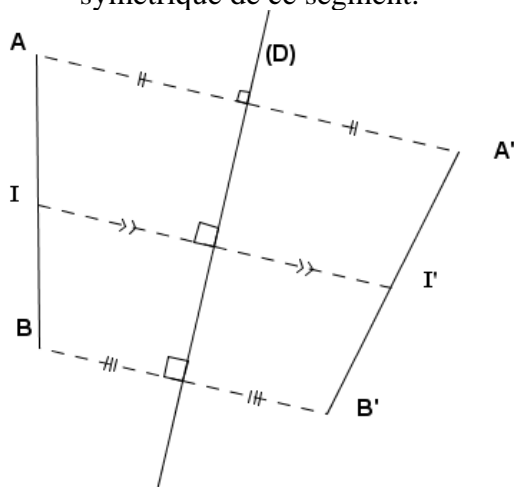
### Corrigé de l'exercice de fixation

- F
- V
- F

### 3) Symétrique d'un segment et du milieu d'un segment par rapport à une droite

#### Propriétés

- Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur
- Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est le milieu du symétrique de ce segment.



Les segments  $[AB]$  et  $[A'B']$  sont symétriques par rapport à la droite  $(D)$  donc  $AB = A'B'$ .  
Les segments  $[AB]$  et  $[A'B']$  sont symétriques par rapport à la droite  $(D)$ ,  $I$  est le milieu du segment  $[AB]$  et  $I'$  est le symétrique du point  $I$  par rapport à la droite  $(D)$  donc le point  $I'$  est le milieu de  $[A'B']$ .

### Exercice de fixation

Réponds par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si l'affirmation est fausse.

(On écrira le numéro de la question suivi de la réponse)

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est une demi-droite.

Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est le milieu de ce segment.

Deux segments symétriques par rapport à une droite ont la même longueur.

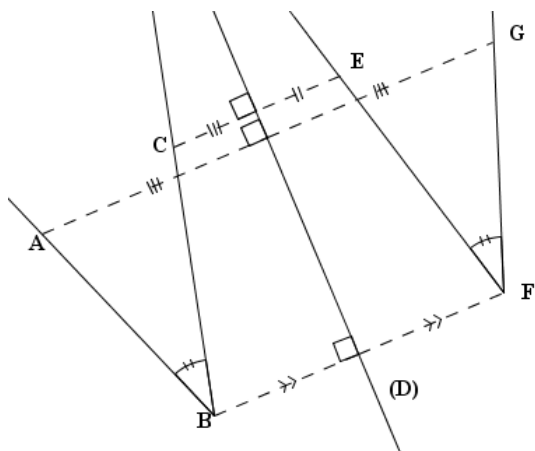
#### Réponse attendues

- Faux ; b) Faux ; c) Vrai

#### 4) Symétrique d'un angle par rapport à une droite

##### Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.



Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{EFG}$  sont symétriques par rapport à (D) donc  $\text{mes}\widehat{ABC} = \text{mes}\widehat{EFG}$

##### Exercice de fixation

Soient deux angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{EFG}$  symétriques par rapport à une droite (D) et  $\text{mes}\widehat{EFG} = 35^\circ$ .  
Indique la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

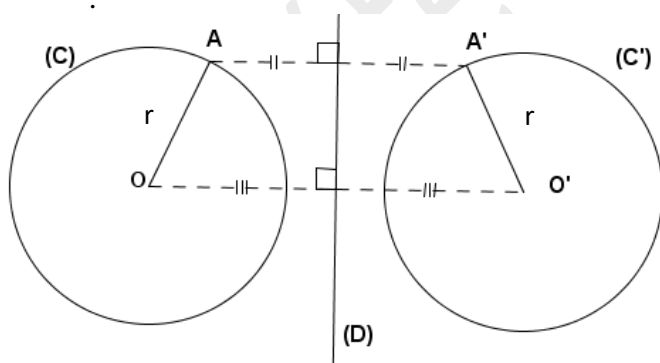
##### Corrigé de l'exercice de fixation

$$\text{mes}\widehat{AOB} = 35^\circ$$

#### 5) Symétrique d'un cercle par rapport à une droite

##### Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.



**Données**

Les points O et O' sont symétriques par rapport à la droite (D)

**Conclusion**

Le symétrique du cercle C (O ; r) est le cercle C'(O' ; r)

##### Exercice de fixation

Réponds par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si l'affirmation est fausse.  
(On écrira le numéro de la question suivi de la réponse)

- Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même centre.
- Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.
- Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un demi-cercle de même rayon.

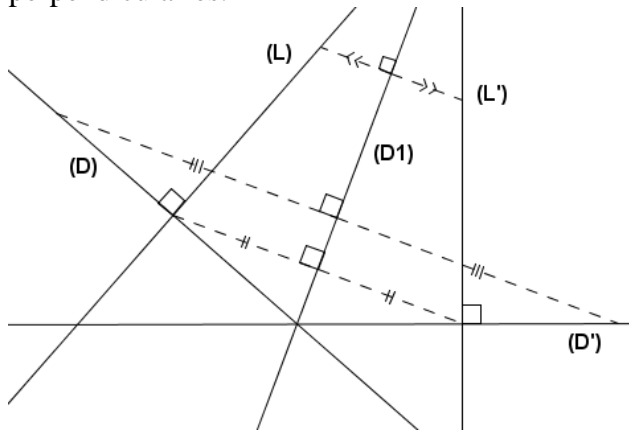
##### Corrigé de l'exercice de fixation

- a) Faux ; b) Vrai ; c) Faux

## 6) Symétriques de deux droites perpendiculaires

### Propriété

Les symétriques par rapport à une droite de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.



Les droites (D) et (L) sont perpendiculaires. Les droites (D') et (L') sont les symétriques respectifs des (D) et (L) par rapport à la droite (D1). Donc (D') et (L') sont deux droites perpendiculaires.

### Exercice de fixation

Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations ci-dessous. (On écrira le numéro de la question suivi de la réponse).

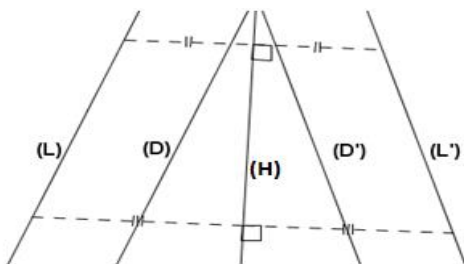
- Les symétriques de deux droites perpendiculaires par rapport à une droite sont deux droites perpendiculaires.
- Le symétrique d'un triangle rectangle par rapport à une droite est un triangle rectangle

### Corrigé de l'exercice fixation

- a) Vrai ; b) Vrai

## 7) Symétriques de deux droites parallèles

Les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.



Les droites (D) et (L) sont deux droites parallèles. Les droites (D') et (L') sont les symétriques respectifs des droites (D) et (L) par rapport à la droite (H). Donc les droites (D') et (L') sont deux droites parallèles.

### Exercice de fixation

Parmi les affirmations ci-dessous, indique celle qui est vraie.

- a) Les symétriques de deux droites parallèles par rapport à une droite sont deux droites sécantes.
- b) Si (D3) et (D4) sont les symétriques respectifs des droites parallèles (D1) et (D2) par rapport à une droite ( $\Delta$ ), alors (D3) et (D4) sont aussi parallèles.

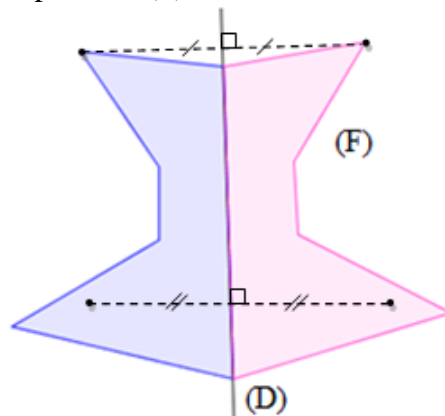
### Corrigé de l'exercice de fixation

L'affirmation b) est Vrai.

### III. Axe de symétrie d'une figure

#### 1- Définition

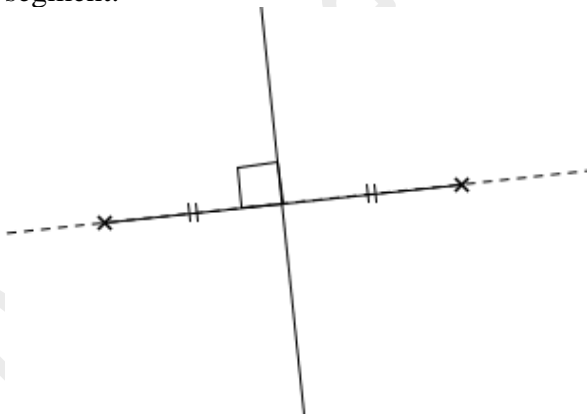
Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure (F) signifie que chaque point de (F) a pour symétrique par rapport à (D) un point de (F).



#### 2- Exemples de figures admettant un axe de symétrie

##### - Segment

Un segment a deux axes de symétries : le support du segment et la médiatrice du segment.

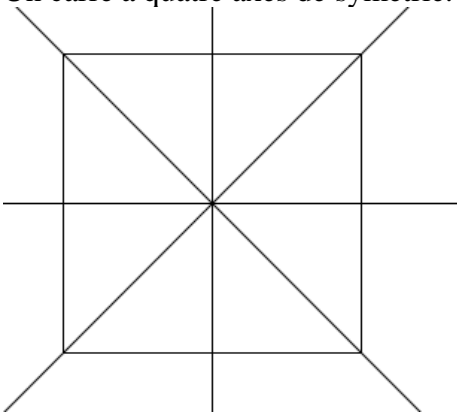


##### - Droite

Une droite a plusieurs axes de symétrie : la droite elle-même et toute droite perpendiculaire à la droite.

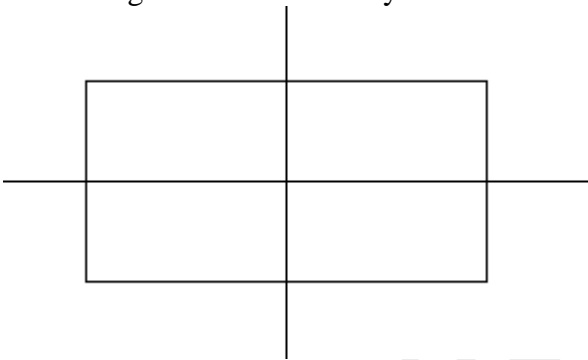
- **Carré**

Un carré a quatre axes de symétrie.



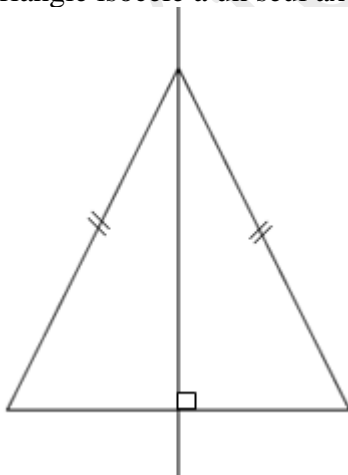
- **Rectangle**

Un rectangle a deux axes de symétrie.



- **Triangle isocèle**

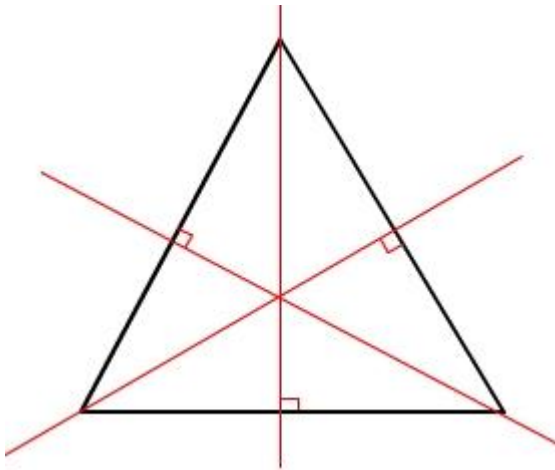
Un triangle isocèle a un seul axe de symétrie.



- **Triangle équilatéral**

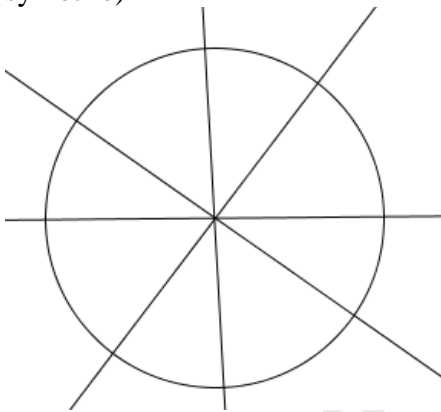


Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie.



- **Cercle**

Un cercle a plusieurs axes de symétrie. (Toute droite passant par son centre est axe de symétrie)



### **Exercice de fixation**

Réponds par vrai ou par faux aux affirmations ci-dessous. (On écrira le numéro de la question suivi de la réponse).

- La droite n'admet pas d'axe de symétrie
- Les axes de symétrie d'un cercle sont ses rayons.
- Un triangle isocèle admet un seul axe de symétrie

### **Corrigé de l'exercice**

- a) Faux ; b) Faux; c) Vrai

### C. SITUATION D'ÉVALUATION

Une société des chemins de fer veut construire une gare. La gare doit desservir deux petites villes distantes de 5km. L'emplacement de cette gare doit être à l'intersection d'une voie rectiligne et d'une bande rectiligne à proximité du chemin de fer.

Avant le début des travaux, les élèves de la 5<sup>ème</sup>2 du Lycée Moderne de Dimbokro veulent déterminer l'emplacement de la gare. Ils réalisent la figure ci-dessous sur laquelle :

- La voie rectiligne est représentée par la droite (L).
- Les points A et B représentant les deux villes sont symétriques par rapport à la droite (L).
- La droite (F) est la bande rectiligne.

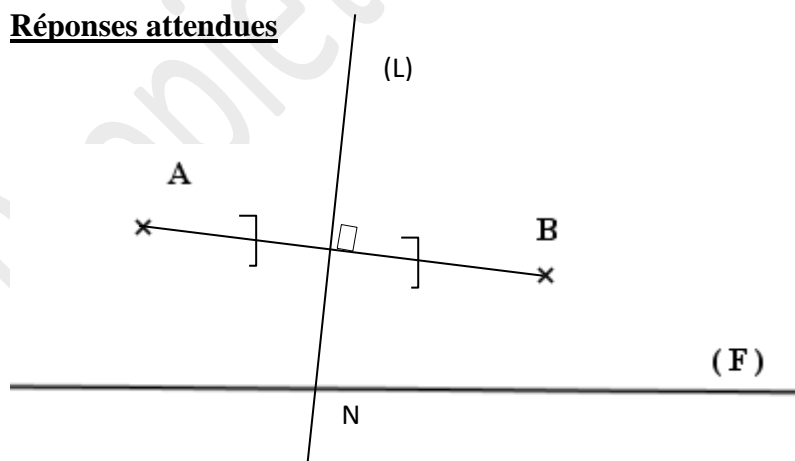
La droite (L) a été malheureusement supprimée de la figure.

Tu es élève de cette classe, aide tes camarades à trouver l'emplacement de la gare en suivant les consignes suivantes :



- 1) Reproduis la figure en prenant 1cm pour 1km.
- 2) Construis la droite (L).
- 3) Place N est le point d'emplacement de la gare.

#### Réponses attendues



- 1) Voir figure.  $AB=5\text{cm}$
- 2) (L) est la médiatrice du segment [AB].
- 3) N est l'emplacement de la gare. Voir figure.

## D. EXERCICES

### EXERCICE 1

Complète les pointillés par : *médiatrice, droite, symétriques*.

Deux points A et B sont ..... par rapport à une ..... lorsque cette droite est la ..... du segment d'extrémités A et B.

#### Corrigé de l'exercice 1 :

Deux points A et B sont *symétriques* par rapport à une *droite* lorsque cette droite est la *médiatrice* du segment d'extrémités A et B.

### EXERCICE 2

Complète les pointillés par : *axe de symétrie, symétrique, point*.

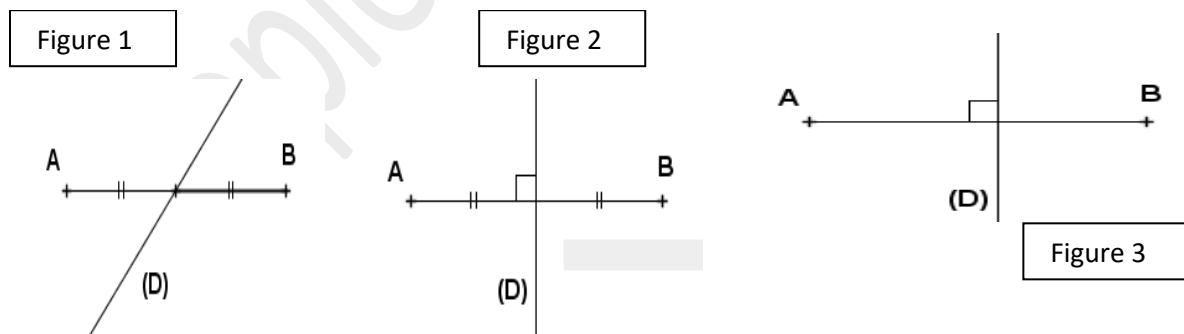
Une droite est un ..... d'une figure signifie que chaque ..... de la figure a pour ..... par rapport à cette droite un point de la figure.

#### Corrigé de l'exercice 1 :

Une droite est un *axe de symétrie* d'une figure signifie que chaque *point* de la figure a pour *symétrique* par rapport à cette droite un point de la figure.

### EXERCICE 3

Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (D). Indique la bonne figure.



#### Corrigé de l'exercice 1 :

Figure 2

#### **EXERCICE 4**

Dans chacun des cas suivants, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

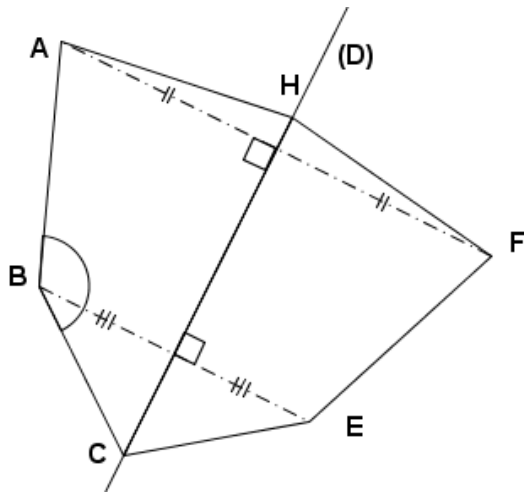
<b>Affirmations</b>	<b>Réponses</b>
Une droite n'a pas d'axe de symétrie	
Un segment a deux axes de symétrie	
Un cercle et son symétrique par rapport à une droite n'ont pas le même rayon.	
Un angle et son symétrique par rapport à une droite n'ont pas la même mesure.	
Les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles sont deux droites perpendiculaires.	
Le symétrique par rapport à une droite d'un triangle rectangle est un triangle rectangle.	

#### **Corrigé de l'exercice 4**

<b>Affirmations</b>	<b>Réponses</b>
Une droite n'a pas d'axe de symétrie	F
Un segment a deux axes de symétrie	V
Un cercle et son symétrique par rapport à une droite n'ont pas le même rayon.	F
Un angle et son symétrique par rapport à une droite n'ont pas la même mesure.	F
Les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles sont deux droites perpendiculaires.	F
Le symétrique par rapport à une droite d'un triangle rectangle est un triangle rectangle.	V

### EXERCICE 5

Observe la figure codée ci-contre puis complète les phrases suivantes :



- 1) Le symétrique du point A par rapport à la droite (D) est le point .....
- 2) Le symétrique du point C par rapport à la droite (D) est le point .....
- 3) Le symétrique du segment [BC] par rapport à la droite (D) est le segment .....
- 4) Le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (D) est la droite .....
- 5) Le symétrique de l'angle  $\widehat{ABC}$  par rapport à la droite (D) est l'angle.....

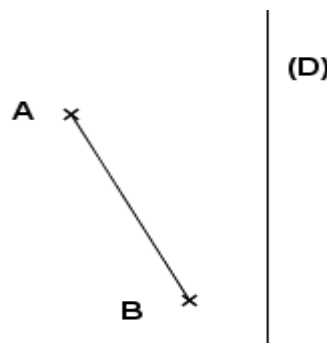
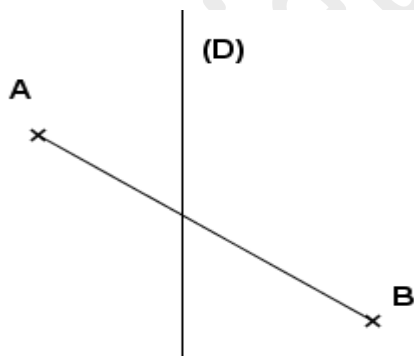
### Corrigé de l'exercice 5

- 1) Le symétrique du point A par rapport à la droite (D) est le point F
- 2) Le symétrique du point C par rapport à la droite (D) est le point E
- 3) Le symétrique du segment [BC] par rapport à la droite (D) est le segment [EC]
- 4) Le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (D) est la droite (FE)
- 5) Le symétrique de l'angle  $\widehat{ABC}$  par rapport à la droite (D) est l'angle  $\widehat{FEC}$  .

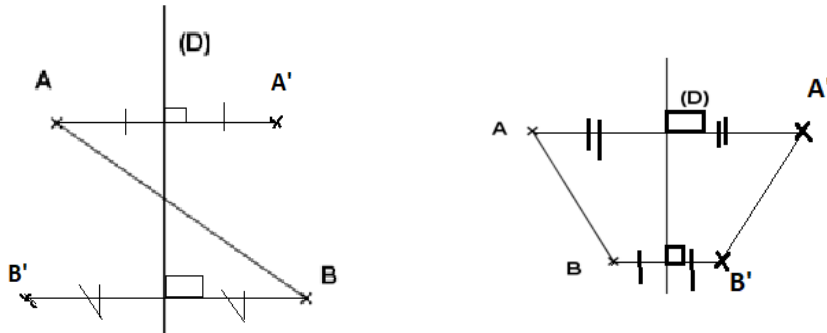
### 1. EXERCICES DE RENFORCEMENT

#### EXERCICE 6

Construis le symétrique du segment [AB] par rapport à la droite (D) dans chaque cas.

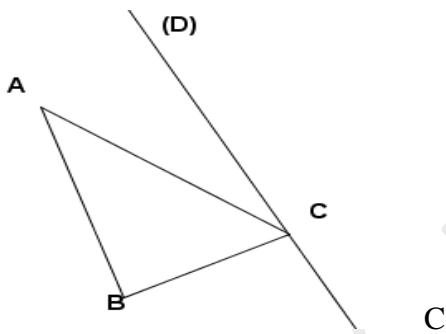


### Corrigé de l'exercice 6

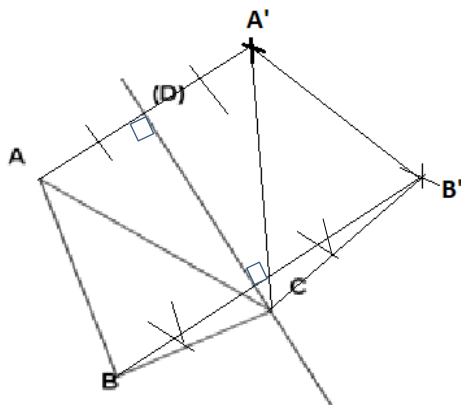


### EXERCICE 7

Construis le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (D).

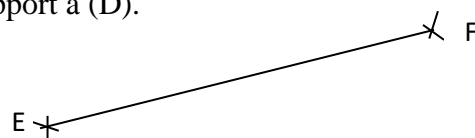


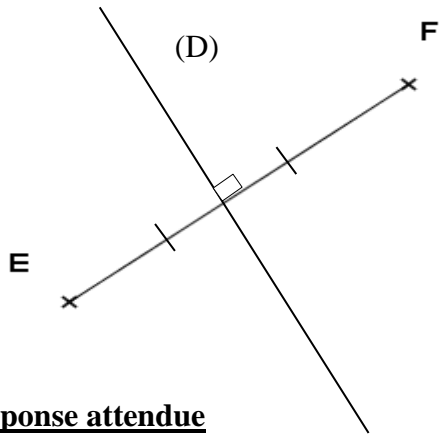
### Corrigé de l'exercice 7



### EXERCICE 8

E donne le segment [EF] ci-dessous. Construis la droite (D) telle que E et F soient symétriques par rapport à (D).



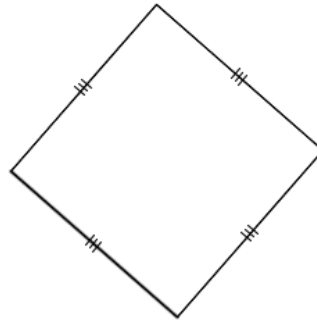
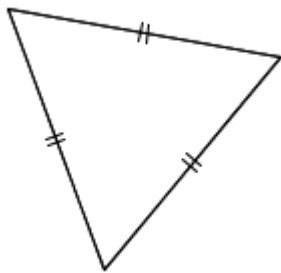


**Réponse attendue**

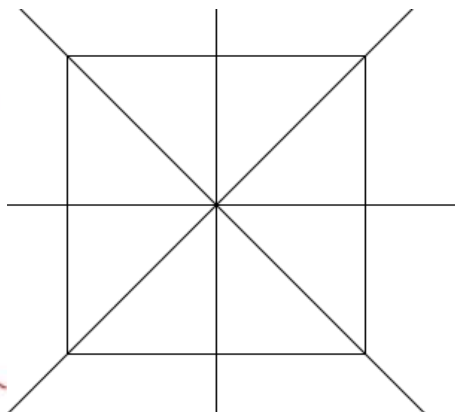
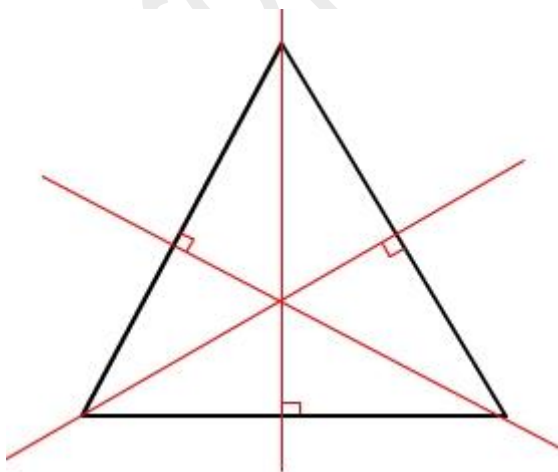
(D) est la médiatrice du segment [EF]

**EXERCICE 9**

Trace tous les axes de symétrie de chacune des figures suivantes :



**Corrigé de l'exercice 9**



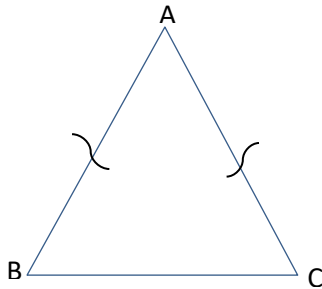
## EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

### EXERCICE 10

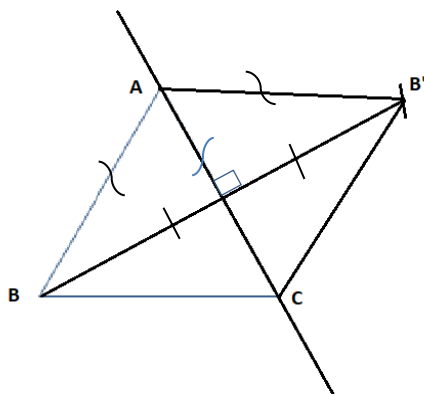
ABC est un triangle isocèle en A.

Construis le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC).

Justifie que le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC) est un triangle isocèle en A.



### Corrigé de l'exercice 10



Les symétriques des points A, B et C par rapport à la droite (AC) sont respectivement les points A, B' et C.

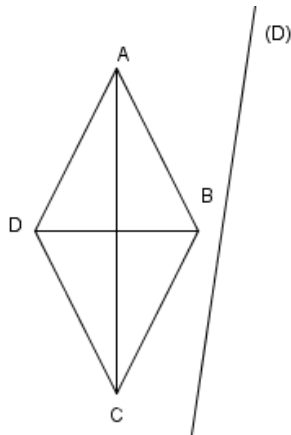
Les segments  $[AB]$  et  $[AB']$  sont symétriques par rapport à la droite (AC) donc  $AB' = AB$ .

Le triangle ABC est isocèle en A donc  $AB = AC$  d'où  $AB' = AC$  ; le triangle  $AB'C$  symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC) est alors isocèle en A.

### EXERCICE 11

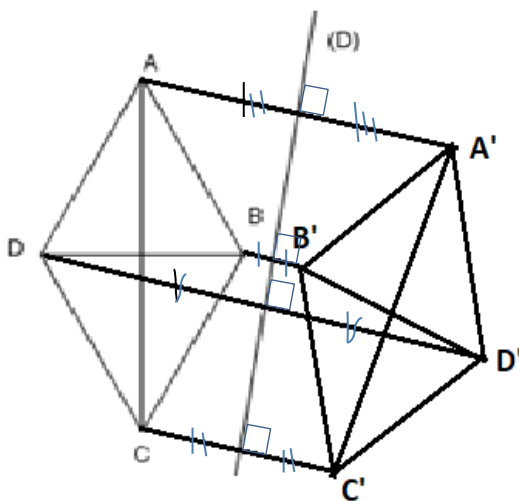
ABCD est un losange et (D) est une droite.





- 1- Construis les symétriques respectifs  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  des point A, B, C et D par rapport à la droite (D).
- 2- Justifie que  $AB = A'B'$
- 3- Justifie que le quadrilatère  $A'B'C'D'$  est losange
- 4- Justifie que les droites  $(A'B')$  et  $(C'D')$  sont parallèles
- 5- Justifie que les droites  $(A'C')$  et  $(B'D')$  sont perpendiculaires.

### Corrigé de l'exercice 11

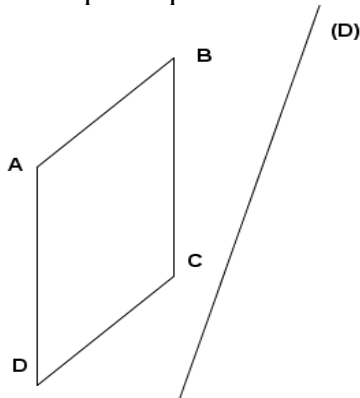


- 1) Voir figure
- 2) Le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à la droite (D) donc  $A'B' = AB$ .
- 3) Le quadrilatère ABCD est un losange et les points  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  sont respectivement les symétriques par rapport à la droite (D) des points A, B, C et D donc le quadrilatère  $A'B'C'D'$  est un losange.
- 4) Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles donc leurs symétriques respectifs  $(A'B')$  et  $(C'D')$  par rapport à la droite (D) sont aussi parallèles.
- 5) Les droites  $(A'C')$  et  $(B'D')$  sont perpendiculaires car elles sont symétriques respectifs par rapport à la droite (D) des droites  $(AC)$  et  $(BD)$  qui sont perpendiculaires.

### EXERCICE 12

ABCD est un parallélogramme.

- 1) Construis les points E, F, G et H symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à (D).
- 2) Justifie que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.



### EXERCICE 13

ABC est un triangle isocèle en A. I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]. (D) est la médiatrice du segment [BC].

- 1) Fais une figure.
- 2) Indique le symétrique de A par rapport à (D)
- 3) Indique le symétrique de B par rapport à (D)
- 4) Justifie que les points I et J sont symétriques par rapport à (D).

### EXERCICE 14

ABCD est un rectangle tel que  $AB = 8$  et  $AD = 3$ . On place un point S sur le segment [BC] et un point K sur le segment [DC].

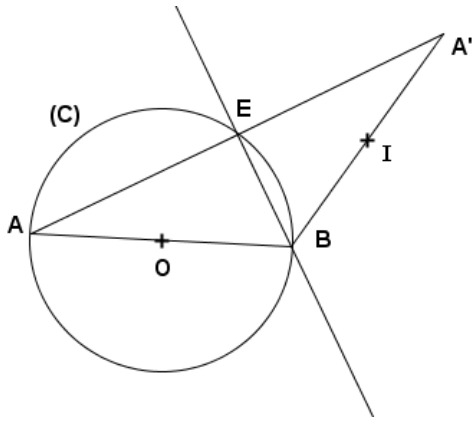
E, F, G et H désignent les symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à la droite (SK).

- 1) Fais une figure
- 2) Justifie que le quadrilatère EFGH est un rectangle.
- 3) Calcule le périmètre du rectangle EFGH.
- 4) Calcule l'aire du rectangle EFGH.

### EXERCICE 15

A, B et E sont des points d'un cercle (C) tels que [AB] soit un diamètre de (C). A' est le symétrique de A par rapport à (BE). I est le milieu du segment [BA'].

- 1) Justifie que les droites (OI) et (BE) sont perpendiculaires.
- 2) Les droites (OA') et (BE) se coupent en un point K. Justifie que le point K appartient à la droite (AI).

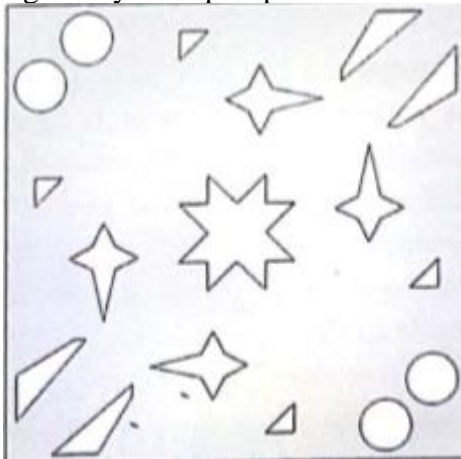


### **SITUATION D'EVALUATION**

Le club mathématique du Lycée Moderne Yopougon Andokoi organise sa fête de fin d'année. A cet effet un pagne a été choisi comme uniforme.

Emerveillé par le motif du pagne, Yao, un élève de la classe de 5eB2, membre du comité d'organisation affirme que ce motif est une figure qui possède des axes de symétrie.

Ces camarades de classe décident donc d'appliquer les propriétés vues en classes sur les figures symétriques pour retrouver ces axes.



1. En observant attentivement la figure ci-dessus, indique le nombre d'axes de symétrie qu'elle possède.
2. Construis ces axes de symétrie.