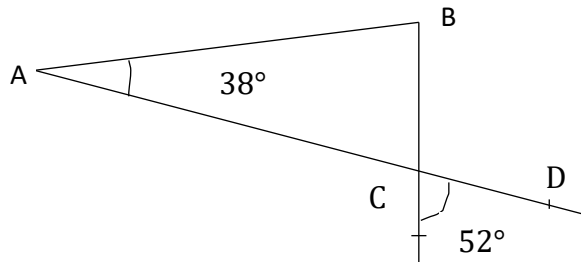




## LEÇON 3 DE LA CLASSE DE CINQUIÈME : ANGLES

### SITUATION D'APPRENTISSAGE



En entrant en classe un matin, des élèves d'une classe de cinquième découvrent la figure ci-dessus au tableau.

L'un des élèves affirme que le triangle ABC est rectangle en B. Ses camarades de classe voulant vérifier cette affirmation décident alors de s'informer sur les angles opposés par le sommet, les angles adjacents et la somme des mesures des angles d'un triangle.

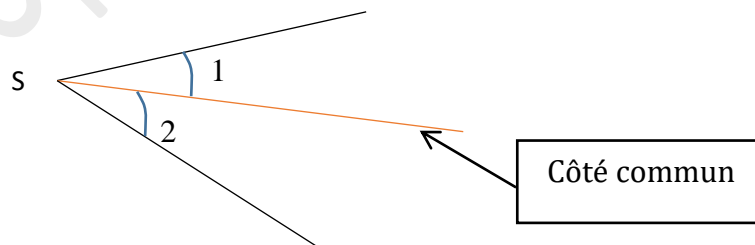
### B- CONTENU DE LA LEÇON

#### I- Angles adjacents

##### 1-Définition

Deux angles sont **adjacents** lorsqu'ils :

- ont le même sommet
- ont un côté commun
- sont situés de part et d'autre du côté commun.

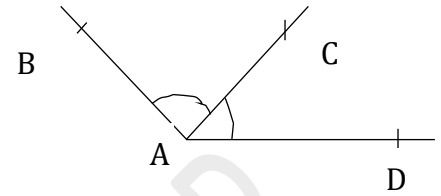


Exemple

Sur la figure ci-dessus les angles 1 et 2 ont le même sommet : le point S ; un côté commun la demi-droite en rouge. De plus ces deux angles sont situés de part et d'autre du côté commun. Donc les angles 1 et 2 sont adjacents.

**Exercice de fixation:**

Sur la figure ci-contre , identifie deux angles adjacents.



**Corrigé de l'exercice de fixation**

Les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{CAD}$  sont adjacents.

**2-Propriété**

Si deux angles  $\widehat{SRO}$  et  $\widehat{ORT}$  sont adjacents, alors  $mes\widehat{SRO} + mes\widehat{ORT} = mes\widehat{SRT}$ .

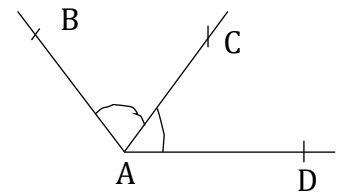
**Illustration par une figure**

**Exercice de fixation:**

Sur la figure ci-contre, les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{CAD}$  sont adjacents.

On donne  $mes\widehat{BAC} = 60^\circ$  et  $mes\widehat{CAD} = 50^\circ$ .

Détermine  $mes\widehat{BAD}$ .



**Corrigé de l'exercice de fixation**

Déterminons  $mes\widehat{BAD}$ .

On a :  $mes\widehat{BAC} + mes\widehat{CAD} = mes\widehat{BAD}$ .

Donc  $mes\widehat{BAD} = mes\widehat{BAC} + mes\widehat{CAD} = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$

**II-Angles complémentaires - Angles supplémentaires.**

**1- Angles complémentaires**

**Définition**

Deux angles sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

**Exercice de fixation :**

Deux angles  $\widehat{MNP}$  et  $\widehat{EFG}$  sont tels que :  $mes\widehat{MNP} = 53^\circ$  et  $mes\widehat{EFG} = 37^\circ$ .

Justifie que ces angles sont complémentaires.

**Corrigé de l'exercice de fixation**

On a :  $mes\widehat{MNP} + mes\widehat{EFG} = 53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$ .

Donc les angles  $\widehat{MNP}$  et  $\widehat{EFG}$  sont complémentaires.

**2 - Angles supplémentaires**

**Définition**

Deux angles sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

### Exercice de fixation

Deux angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{EFG}$  sont tels que :  $\text{mes } \widehat{ABC} = 65^\circ$  et  $\text{mes } \widehat{EFG} = 115^\circ$ .  
Justifie que ces angles sont supplémentaires.

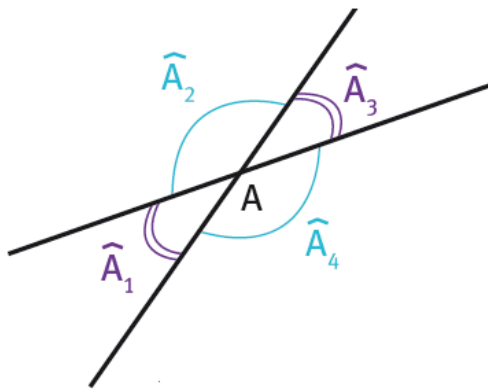
### **Corrigé d l'exercice de fixation**

On a :  $\text{mes } \widehat{ABC} + \text{mes } \widehat{EFG} = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$ . Donc les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{EFG}$  sont supplémentaires.

### **III- Angles opposés par le sommet**

#### **1- Définition**

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre

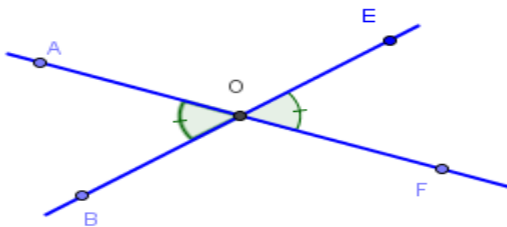


Les angles  $\widehat{A}_1$  et  $\widehat{A}_3$  sont opposés par le sommet.

Les angles  $\widehat{A}_2$  et  $\widehat{A}_4$  sont opposés par le sommet.

#### **2-Propriété**

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.



## ORGANIGRAMME

Données

Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{EOF}$  sont deux angles opposés par le sommet

Conclusion

$$\text{mes } \widehat{AOB} = \text{mes } \widehat{EOF}$$

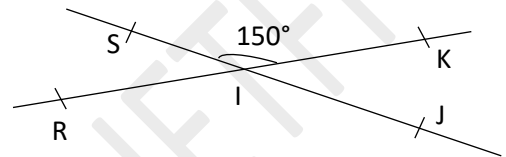
### Exercice de fixation

Observe la figure ci-contre puis :

- 1) Cite deux angles opposés par le sommet
- 2) Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{RIJ}$ .

### Corrigé de l'exercice de fixation

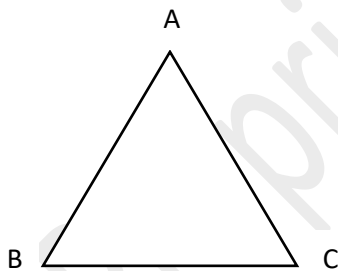
- 1) Les angles  $\widehat{SIR}$  et  $\widehat{KIJ}$  sont des angles opposés par le sommet.  
On a aussi les angles  $\widehat{SIK}$  et  $\widehat{RIJ}$  qui sont des angles opposés par le sommet.
- 2) Déterminons la mesure de l'angle  $\widehat{RIJ}$   
Les angles  $\widehat{RIJ}$  et  $\widehat{SIK}$  sont des angles opposés par le sommet donc ils ont la même mesure.  
D'où  $\text{mes } \widehat{RIJ} = \text{mes } \widehat{SIK} = 150^\circ$ .



## IV - somme des mesures des angles d'un triangle.

### Propriété

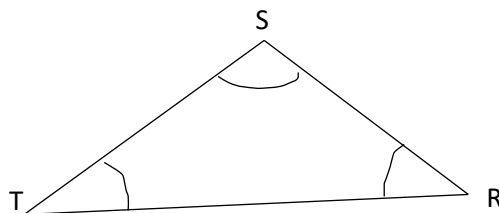
Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est  $180^\circ$ .



ABC est un triangle

$$\text{mes } \widehat{A} + \text{mes } \widehat{B} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ$$

### Exercice de fixation



La figure RST est un triangle tel que  $\widehat{S} = 110^\circ$  et  $\widehat{R} = 60^\circ$ . Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{T}$ .

### Corrigé de l'exercice fixation

La figure RST étant un triangle on a :  $\widehat{S} + \widehat{R} + \widehat{T} = 180^\circ$

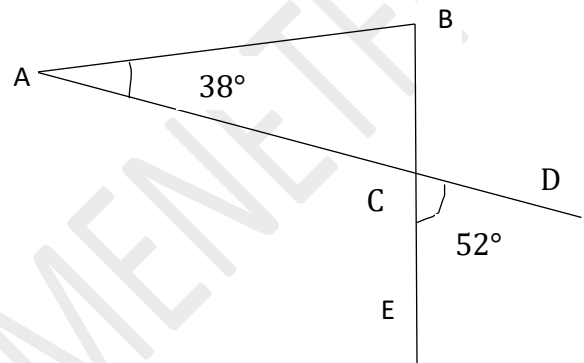
Donc  $\widehat{T} = 180^\circ - (\widehat{S} + \widehat{R})$

$$\widehat{T} = 180^\circ - (110^\circ + 60^\circ)$$

$$\widehat{T} = 180^\circ - 170^\circ$$

$$\widehat{T} = 10^\circ$$

### C. SITUATION D'ÉVALUATION



En entrant en classe un matin, des élèves d'une classe de cinquième découvrent la figure ci-dessus au tableau.

LAGOS, l'un des élèves affirme que le triangle ABC est rectangle en B. Curieux, ses camarades de classe veulent vérifier cette affirmation. On te sollicite pour te prononcer sur cette affirmation.

1. Justifie que  $\widehat{ACB} = 52^\circ$
2. Réponds à la préoccupation des élèves.

### Corrigé de la situation d'évaluation

1. Les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{ECD}$  sont opposés par le sommet donc  $\widehat{ACB} = \widehat{ECD}$

On a  $\widehat{ECD} = 52^\circ$  donc  $\widehat{ACB} = 52^\circ$ .

2. Dans le triangle ABC on a :  $\widehat{ACB} + \widehat{CBA} + \widehat{BAC} = 180^\circ$

Donc  $\widehat{CBA} = 180^\circ - (\widehat{ACB} + \widehat{BAC})$

$$\widehat{CBA} = 180^\circ - (52^\circ + 38^\circ)$$

$$\widehat{CBA} = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\widehat{CBA} = 90^\circ$$

$$\widehat{CBA} = 90^\circ$$

Par conséquent le triangle ABC est rectangle en B.

## C- EXERCICES

### Exercice 1

Indique la figure qui présente deux angles adjacents.

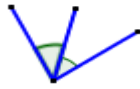


Figure 1

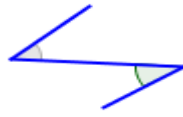


Figure 2

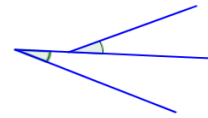


Figure 3

### **Corrigé de l'exercice 1**

La figure 1 présente deux angles adjacents.

### Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par vrai si l'affirmation est correcte et par faux si elle est incorrecte.

- 1) Deux angles opposés par le sommet ont toujours la même mesure.
- 2) Deux angles complémentaires ont la même mesure.
- 3) Deux angles adjacents ont toujours le même sommet.
- 4) Deux angles complémentaires sont toujours des angles adjacents
- 5) Il y a des angles supplémentaires qui sont des angles non adjacents.

### **Corrigé de l'exercice 2**

Répondons par vrai si l'affirmation est correcte et par faux si elle est incorrecte.

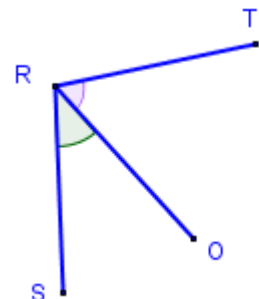
- 1) Deux angles opposés par le sommet ont toujours la même mesure. **VRAI**
- 2) Deux angles complémentaires ont la même mesure. **FAUX**
- 3) Deux angles adjacents ont toujours le même sommet. **VRAI**
- 4) Deux angles complémentaires sont toujours des angles adjacents **FAUX**
- 5) Il y a des angles supplémentaires qui sont des angles non adjacents. **VRAI**

### Exercice 3

Sur la figure ci- contre les angles  $\widehat{SRO}$  et  $\widehat{ORT}$  sont adjacents.

On donne :  $mes \widehat{SRO} = 40^\circ$  et  $mes \widehat{SRT} = 100^\circ$ .

Calcule  $mes \widehat{ORT}$ .



### **Corrigé de l'exercice 3**

Les angles  $\widehat{SRO}$  et  $\widehat{ORT}$  sont adjacents donc  $mes \widehat{SRO} + mes \widehat{ORT} = mes \widehat{SRT}$

$$\text{Ainsi } mes \widehat{ORT} = mes \widehat{SRT} - mes \widehat{SRO}$$

$$\text{D'où } mes \widehat{ORT} = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$$

#### Exercice 4

Parmi les angles cités dans le tableau ci-dessous, cite ceux qui sont complémentaires.

Angles	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$	$\hat{E}$	$\hat{F}$	$\hat{G}$
Mesure de l'angle	$115^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$65^\circ$	$45^\circ$	$30^\circ$	$25^\circ$

#### **Corrigé de l'exercice 4**

Deux **angles** sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

mes  $\hat{B}$  + mes  $\hat{E}$  =  $45+45 = 90^\circ$  **donc les angles  $\hat{B}$  et  $\hat{E}$  sont complémentaires.**

mes  $\hat{C}$  + mes  $\hat{F}$  =  $60+30 = 90^\circ$  **donc les angles  $\hat{C}$  et  $\hat{F}$  sont complémentaires.**

#### Exercice 5

Soient  $\widehat{EMN}$  et  $\widehat{KPC}$  deux angles supplémentaires tels que : mes  $\widehat{EMN} = 35^\circ$

Calcule mes  $\widehat{KPC}$  .

#### **Corrigé de l'exercice 5**

Deux **angles** sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  **$180^\circ$** .

Les angles  $\widehat{EMN}$  et  $\widehat{KPC}$  sont deux angles supplémentaires.

Donc mes  $\widehat{EMN}$  + mes  $\widehat{KPC}$  =  $180^\circ$ .

On a : mes  $\widehat{KPC}$  =  $180^\circ -$  mes  $\widehat{EMN}$

mes  $\widehat{KPC}$  =  $180^\circ - 35^\circ$

**Donc mes  $\widehat{KPC}$  =  $145^\circ$**

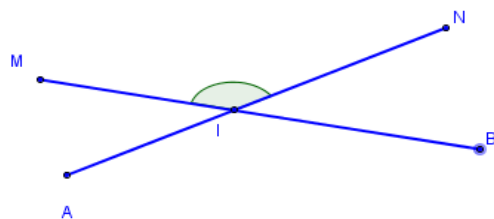
#### Exercice 6

1) Cite les angles opposés par le sommet dans la figure ci-contre.

2) On donne mes  $\widehat{MIN} = 134^\circ$ .

Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{AIB}$ .

Justifie ta réponse.



#### **Corrigé de l'exercice 6**

1) Citons les angles opposés par le sommet dans la figure

Les angles  $\widehat{MIN}$  et  $\widehat{AIB}$  sont des angles opposés par le sommet.

Les angles  $\widehat{MIA}$  et  $\widehat{NIB}$  sont des angles opposés par le sommet.

2) Les angles  $\widehat{MIN}$  et  $\widehat{AIB}$  sont deux angles opposés par le sommet.

Donc ils ont la même mesure.

D'où  $\text{mes } \widehat{AIB} = \text{mes } \widehat{MIN} = 134^\circ$ .

**mes  $\widehat{AIB} = 134^\circ$ .**

### Exercice 7

ABC est un triangle. Complète le tableau suivant

$\text{mes } \hat{A}$	$25^\circ$	$30^\circ$		$45,8^\circ$
$\text{mes } \hat{B}$	$52^\circ$		$43^\circ$	$80^\circ$
$\text{mes } \hat{C}$		$60^\circ$	$77^\circ$	

### **Corrigé de l'exercice 7**

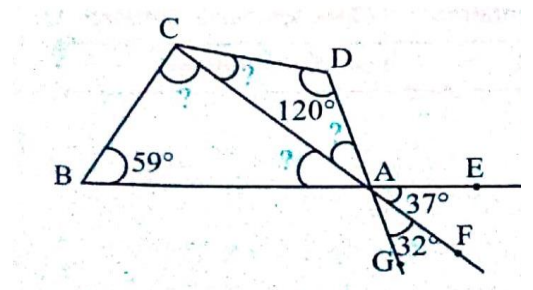
ABC est un triangle. Complétons le tableau suivant

$\text{mes } \hat{A}$	$25^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$45,8^\circ$
$\text{mes } \hat{B}$	$52^\circ$	$90^\circ$	$43^\circ$	$80^\circ$
$\text{mes } \hat{C}$	$103^\circ$	$60^\circ$	$77^\circ$	$54,2^\circ$

### Exercice 8

Observe la figure ci-contre.

Complète la troisième colonne du tableau avec la mesure des angles inconnus marqués dans la deuxième colonne.



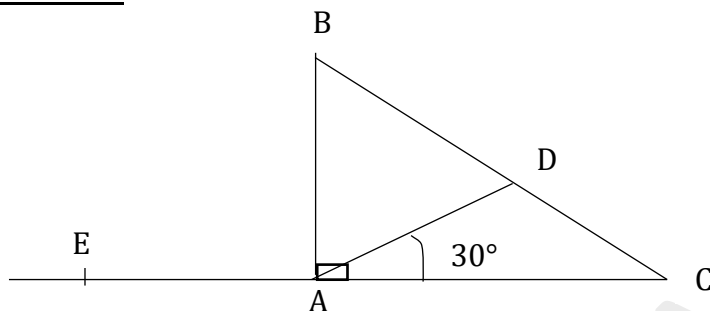
1	La mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ est égale à	
2	La mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ est égale à	
3	La mesure de l'angle $\widehat{DCA}$ est égale à	
4	La mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ est égale à	

### **Corrigé de l'exercice 8**



1	La mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ est égale à	$37^\circ$
2	La mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ est égale à	$32^\circ$
3	La mesure de l'angle $\widehat{DCA}$ est égale à	$28^\circ$
4	La mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ est égale à	$84^\circ$

### Exercice 9



Sur la figure ci-dessus ABC est un triangle rectangle en A et les points E, A et C sont alignés.

1. Justifie que les angles  $\widehat{B}$  et  $\widehat{C}$  sont complémentaires.
2. Calcule  $\text{mes } \widehat{DAB}$ .
3. Détermine  $\text{mes } \widehat{EAD}$ .

### **Corrigé de l'exercice 9**

1. Dans le triangle ABC on a  $\text{mes } \widehat{B} + \text{mes } \widehat{C} + \text{mes } \widehat{A} = 180^\circ$

$$\text{mes } \widehat{B} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ - \text{mes } \widehat{A}$$

Comme ABC est rectangle en A on a  $\text{mes } \widehat{A} = 90^\circ$

Ainsi

$$\text{mes } \widehat{B} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Par conséquent les angles  $\widehat{B}$  et  $\widehat{C}$  sont complémentaires.

2. Les angles  $\widehat{CAD}$  et  $\widehat{DAB}$  sont adjacents donc  $\text{mes } \widehat{DAB} + \text{mes } \widehat{CAD} = \text{mes } \widehat{BAC}$

$$\text{On a } \text{mes } \widehat{DAB} = \text{mes } \widehat{BAC} - \text{mes } \widehat{CAD}$$

Comme ABC est rectangle en A on a  $\text{mes } \widehat{BAC} = 90^\circ$  et on sait que  $\text{mes } \widehat{CAD} = 30^\circ$

$$\text{Donc } \text{mes } \widehat{DAB} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

3. Les angles  $\widehat{CAD}$  et  $\widehat{DAE}$  sont adjacents donc  $\text{mes } \widehat{EAD} + \text{mes } \widehat{DAC} = \text{mes } \widehat{EAC}$

$$\text{On a } \text{mes } \widehat{EAD} = \text{mes } \widehat{EAC} - \text{mes } \widehat{DAC}$$

L'angle  $\widehat{EAC}$  est plat donc  $mes\widehat{EAC} = 180^\circ$  et on sait que  $mes\widehat{DAC} = 30^\circ$

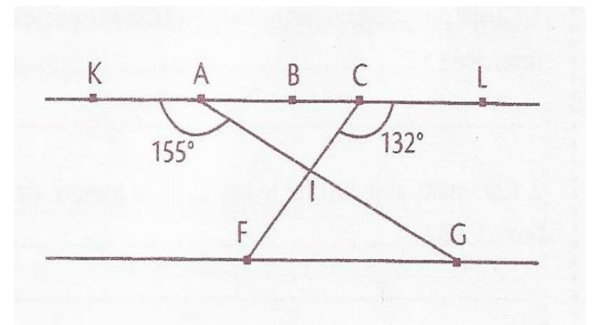
Donc  $mes\widehat{EAD} = 180^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

### Exercice 10

Sur la figure ci-contre :

- Les points K, A, B, C et L sont alignés ;
- Les points F, I et C sont alignés ;
- Les points A, I et G sont alignés ;
- Mes  $\widehat{KAI} = 155^\circ$  ; mes  $\widehat{LCI} = 132^\circ$ .

Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{FIG}$ .



### **Corrigé de l'exercice 10**

\*Les angles  $\widehat{KAI}$  et  $\widehat{IAC}$  sont adjacents donc  $mes\widehat{KAI} + mes\widehat{IAC} = mes\widehat{KAC}$

On a  $mes\widehat{IAC} = mes\widehat{KAC} - mes\widehat{KAI}$

L'angle  $\widehat{KAC}$  est plat donc  $mes\widehat{KAC} = 180^\circ$  et on sait que  $mes\widehat{KAI} = 155^\circ$

Donc  $mes\widehat{IAC} = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$

\*Les angles  $\widehat{LCI}$  et  $\widehat{ICA}$  sont adjacents donc  $mes\widehat{LCI} + mes\widehat{ICA} = mes\widehat{LCA}$

On a  $mes\widehat{ICA} = mes\widehat{LCA} - mes\widehat{LCI}$

L'angle  $\widehat{LCA}$  est plat donc  $mes\widehat{LCA} = 180^\circ$  et on sait que  $mes\widehat{LCI} = 132^\circ$

Donc  $mes\widehat{ICA} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$

\* Dans le triangle AIC on a  $mes\widehat{IAC} + mes\widehat{AIC} + mes\widehat{ICA} = 180^\circ$

$$mes\widehat{AIC} = 180^\circ - (mes\widehat{IAC} + mes\widehat{ICA})$$

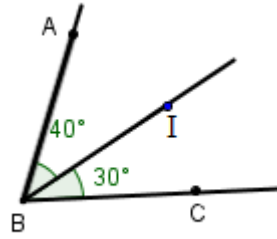
$$mes\widehat{AIC} = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$$

Sur la figure les angles  $\widehat{FIG}$  et  $\widehat{AIC}$  sont opposés par le sommet

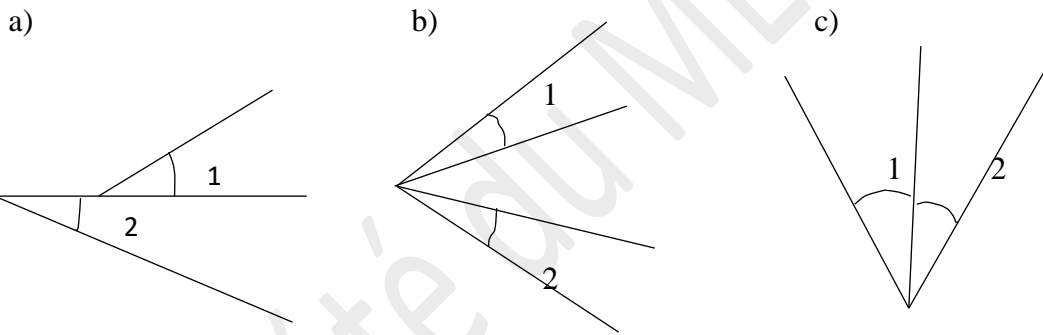
donc  $mes\widehat{FIG} = mes\widehat{AIC} = 107^\circ$

**Exercice 11**

Observe la figure ci-contre et complète :  
 Les angles  $\widehat{ABI}$  et  $\widehat{IBC}$  ont le même sommet.....  
 et  
 le côté ..... en commun. Ces angles sont situés  
 de part et d'autres du côté .....  
 Les angles  $\widehat{ABI}$  et  $\widehat{IBC}$  sont dits  
 .....



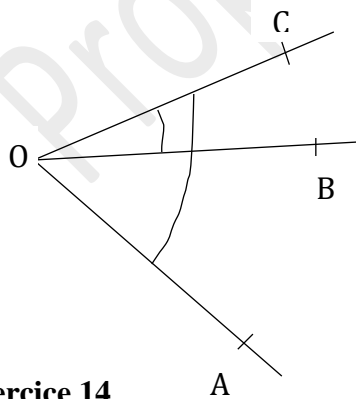
**Exercice 12**



Dans chaque cas, dis si les angles 1 et 2 sont adjacents.

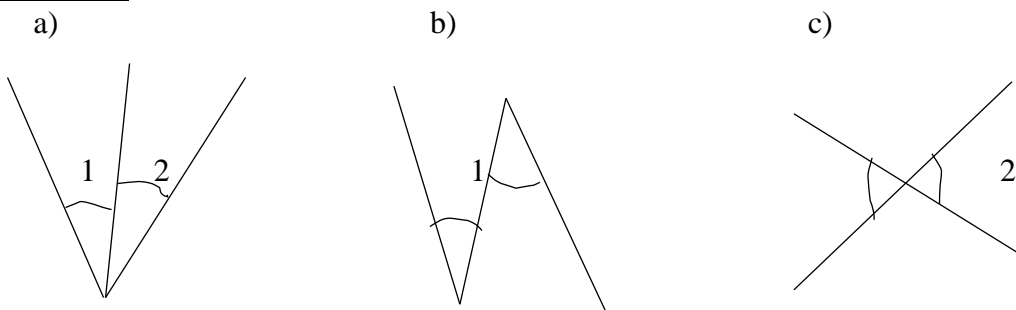
**Exercice 13**

A, O, B et C sont des points tels que  $\text{mes } \widehat{BOC} = 30^\circ$  et  $\text{mes } \widehat{AOC} = 100^\circ$ .



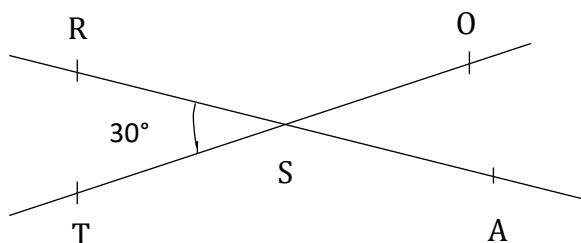
Détermine  $\text{mes } \widehat{AOB}$ .

**Exercice 14**



Dans chaque cas, dis si les angles 1 et 2 sont opposés par le sommet. Justifie ta réponse.

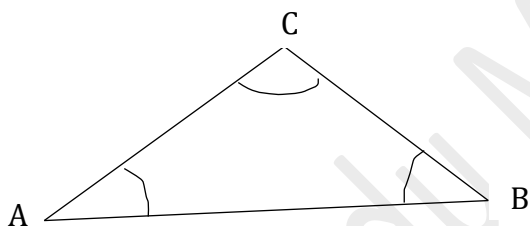
### Exercice 15



R, S, T, O et A sont des points tels que les droites (RA) et (OT) se coupent au point S et  $\text{mes } \widehat{RST} = 30^\circ$ .

Justifie que  $\text{mes } \widehat{OSA} = 30^\circ$ .

### Exercice 16



ABC est un triangle tel que  $\text{mes } \widehat{C} = 100^\circ$  et  $\text{mes } \widehat{A} = 60^\circ$ . Détermine  $\text{mes } \widehat{B}$ .

### Exercice 17

$\widehat{A}$  et  $\widehat{B}$  sont deux angles complémentaires. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

mes $\widehat{A}$	$69,8^\circ$		$45^\circ$
mes $\widehat{B}$		$29^\circ$	

Réponses attendues

mes $\widehat{A}$	$69,8^\circ$	$61^\circ$	$45^\circ$
mes $\widehat{B}$	$20,20^\circ$	$29^\circ$	$45^\circ$

### Exercice 18

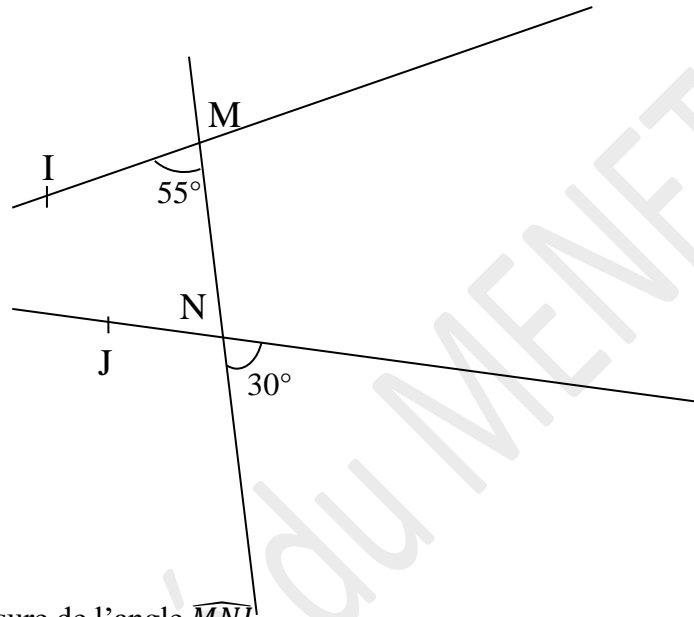
$\widehat{A}$  et  $\widehat{B}$  sont deux angles supplémentaires. Recopie et complète le tableau ci-dessous

mes $\widehat{A}$		$77^\circ$	
mes $\widehat{B}$	$135^\circ$		$25,6^\circ$

### Exercice 19 :

Le club de Mathématiques du lycée moderne 2 d'Abobo organise un concours de présélection aux olympiades de Mathématiques. Pour être sélectionné(e), il faut résoudre correctement l'exercice proposé par un menuisier.

Ce menuisier veut construire un cadre qui comporte deux panneaux particuliers. Il a tracé au crayon les droites (MI) et (NJ) sécantes en un point O. Sur la droite (MN) sont marqués des angles comme l'indique la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles. Malheureusement, par inadvertance, son apprenti a effacé le point O. Il te sollicite pour l'aider à déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{MON}$  sans faire de tracé en dehors du cadre.



- 1) Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{MNJ}$
- 2) Justifie que la mesure de l'angle  $\widehat{MON}$  est égale à  $95^\circ$ .

### Corrigé de l'exercice de fixation

- 1) Déterminons la mesure de l'angle  $\widehat{MNJ}$

La mesure de l'angle  $\widehat{MNJ}$  est égale à  $30^\circ$  car l'angle  $\widehat{MNJ}$  et l'angle de sommet le point N codé sur la figure de mesure  $30^\circ$  sont deux angles opposés par le sommet.

- 2) Justification

MNO est un triangle.

$$\text{mes } \widehat{MON} + \text{mes } \widehat{MNJ} + \text{mes } \widehat{IMN} = 180^\circ$$

$$\text{mes } \widehat{MON} = 180^\circ - (\text{mes } \widehat{MNJ} + \text{mes } \widehat{IMN})$$

$$\text{mes } \widehat{MON} = 180^\circ - (30^\circ + 55^\circ)$$

$$\text{mes } \widehat{MON} = 180^\circ - 85^\circ$$

$$\text{Donc } \text{mes } \widehat{MON} = 95^\circ$$

Propriété du MENETEP