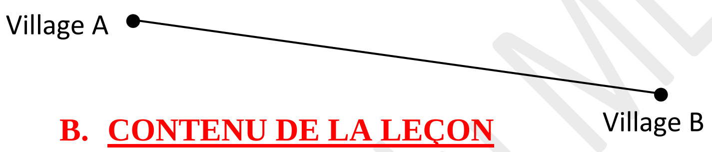
THEME : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON 5 DE LA CLASSE DE CINQUIEME : SEGMENTS

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans le cadre de ses activités, le Conseil Municipal d'une commune décide de construire une pompe villageoise d'eau potable pour deux villages voisins situés sur un même plateau. Pour éviter tout conflit qui pourrait être occasionné par le choix du site, le Conseil Municipal doit installer la pompe à égale distance des deux villages.
Le professeur de mathématique de la 5ème du lycée moderne 1 d'ADZOPE, fils de la région, expose le problème à ses élèves de cinquième. Fiers de mettre leur savoir au service de la communauté, ces derniers cherchent à déterminer les emplacements possibles de la pompe. Pour réaliser les constructions, ils disposent chacun d'une copie du plan présenté aux villageois.



B. CONTENU DE LA LEÇON

1. Caractérisation d'un segment

Propriété 1

A, B et M sont trois points du plan.
Si M appartient à [AB], alors AM + MB = AB.

Donnée : $M \in [AB]$

↓

Conclusion : AM + MB = AB

Exercice de fixation

P, Q et R sont trois points du plan.
Dans la troisième colonne du tableau ci-dessous, écris vrai si l'affirmation est correcte et faux si elle est incorrecte.

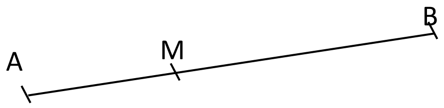
Si R appartient à [PQ], alors	PR = RQ	
	PR + RQ = PQ	
	PR + RQ ≠ PQ	

Corrigé de l'exercice de fixation

Si R appartient à [PQ], alors	PR = RQ	Faux
	PR + RQ = PQ	Vrai
	PR + RQ ≠ PQ	Faux

Propriété 2

A, B et M sont trois points du plan.
Si AM + MB = AB, alors M∈[AB]



Donnée : AM + MB = AB

Conclusion : M∈[AB]

Exercice de fixation

L'unité de longueur est le centimètre (cm). P, Q et R sont trois points du plan tels que :
Cas 1 : PR = 5 ; RQ =3 ; PQ = 8
Cas 2 : PR = 3 ; RQ = 7 ; PQ = 4
Détermine le cas où le point R appartient au segment [PQ].

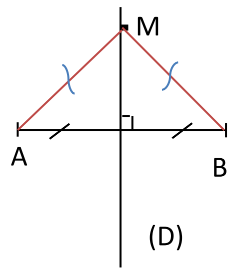
Corrigé de l'exercice de fixation

Le cas 1 car PR + RQ = 5 + 3 = 8 = PQ.

2. Caractérisation de la médiatrice d'un segment

Propriété 1

A, B et M sont trois points du plan.
Si M appartient à la médiatrice de [AB], alors MA= MB



Donnée : M appartient à la médiatrice de [AB]

Conclusion : MA = MB

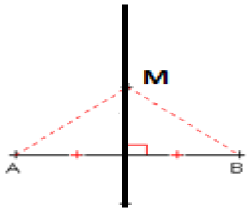
Exercice de fixation

Les points A, B et C appartiennent à la médiatrice du segment [RS]. Ecris toutes les égalités de distances possibles.

Corrigé de l'exercice de fixation

Les égalités de distances possibles sont : AR = AS ; BR = BS ; CR = CS.

Propriété 2 :
A, B et M sont trois points du plan.
Si MA = MB, alors M appartient à la médiatrice de [AB]



Donnée : MA = MB

↓

Conclusion : M appartient à la médiatrice de [AB]

Exercice de fixation

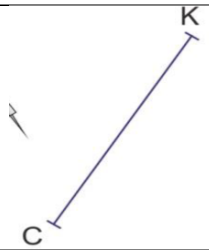
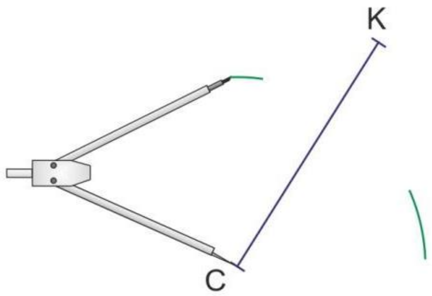
Les points A, B, C et D sont quatre points distincts tels que : CA = CB et DA = DB.
Parmi les affirmations ci-dessous, indique celles qui sont vraies :

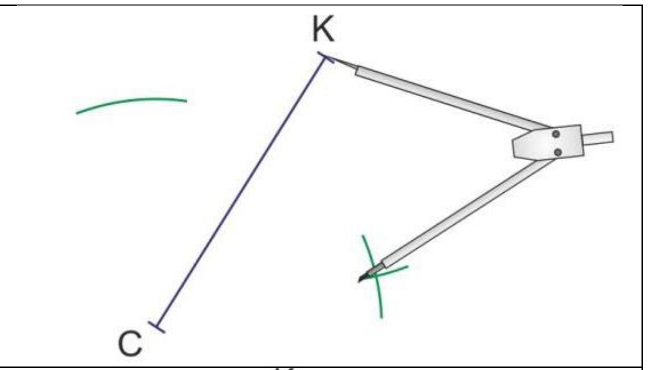
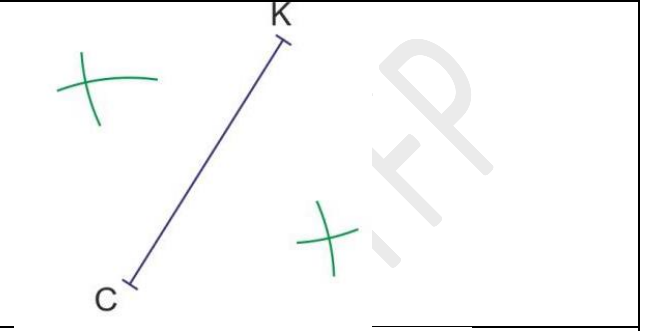
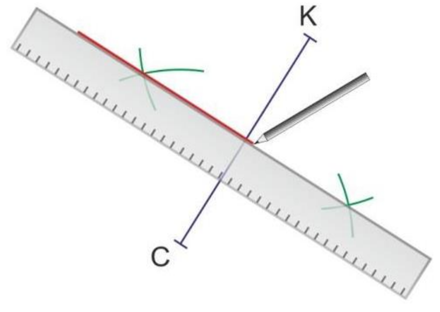
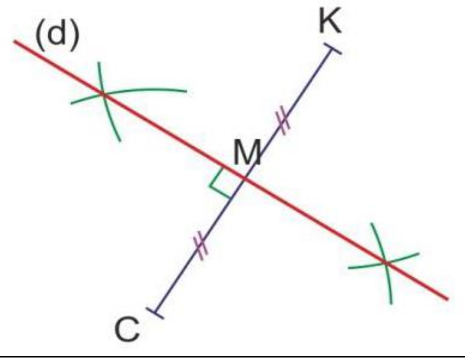
a) Les points C et D sont équidistants des extrémités du segment [AB] ;
b) Le point B appartient à la médiatrice de [CD] ;
c) Les points C et D appartiennent à la médiatrice de [AB]

Corrigé de l’exercice de fixation

Les affirmations a) et c) sont vraies.

3. Utilisation du compas et de la règle pour construire la médiatrice et le milieu d’un segment

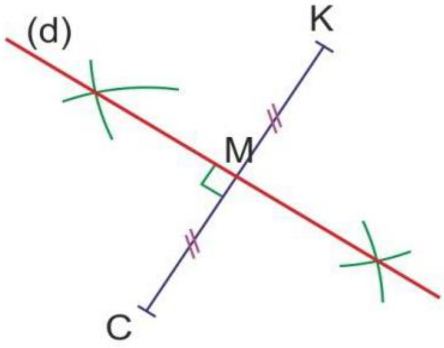
Etapes	Programme de construction	Représentation
1	Construis le segment [CK]	
2	Prends un écartement de compas plus grand que la moitié de CK et trace un arc de cercle de centre C de part et d’autre de la droite (CK).	

3	En gardant le même écartement de compas, trace un arc de cercle de centre K de part et d’autre de la droite (CK). Les deux arcs de cercle se coupent.	 
4	Prendre la règle et tracer la droite passant par les deux points d’intersection.	
5	Nomme la droite. C’est la médiatrice de [CK]. Coder la figure. M est le milieu du segment $[CK]$	

Exercice de fixation

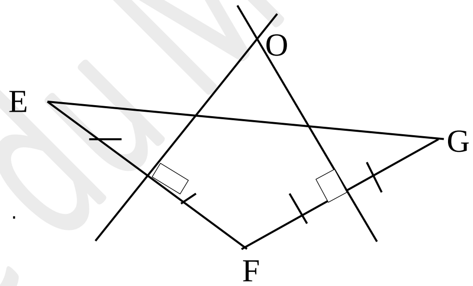
A l’aide de ton compas et de ta règle graduée, construis la médiatrice du segment [CK] de longueur 6cm.

Corrigé de l'exercice de fixation



C. SITUATION D'EVALUATION

Lors d'une réunion du conseil scolaire d'un établissement, le président des élèves propose à l'administration la construction d'un point d'eau situé à égale distance des trois bâtiments E, F et G dudit établissement dans un souci de ne pas favoriser les élèves d'un bâtiment.
Un groupe d'élèves, membre de ce conseil, a construit sur le plan ci-dessous ; les trois bâtiments représentés par les points E, F et G. Le point d'eau est représenté par le point O.
Des élèves en classe de 5ème, membres du conseil, décident de vérifier si ce groupe a raison. Pour te prononcer suit les consignes suivantes :



1. Justifie que : OE = OF = OG.
2. Dis si le groupe a raison.

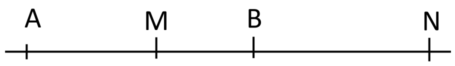
Corrigé de la situation d'evaluation

1. Selon les codes observés sur le plan, le point O appartient à la médiatrice du segment $[EF]$ et à la médiatrice du segment $[FG]$.
   Comme O appartient à la médiatrice de $[EF]$ on a OE=OF.
   Aussi O appartient à la médiatrice de $[FG]$ donc OF=OG
   Par conséquent OE=OF=OG
2. On a OE=OF=OG donc le point d'eau est bien situé à égale distance des trois bâtiments E, F et G. Ainsi le groupe a raison.

D. EXERCICES

Exercice 1

Examine attentivement le dessin suivant.



Complète le tableau ci-dessous par vrai si l'égalité est vraie et par faux si elle est fausse.

	Réponse
AM + MN = AN	
BN + NA = BA	
AB + BM = AM	

Réponses attendues

	Réponse
AM + MN = AN	vrai
BN + NA = BA	faux
AB + BM = AM	faux

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre (cm).
[AB] est un segment de longueur 7 et M un point de [AB] tel que AM=4.
Calcule MB.

Corrigé de l'exercice 2

Calculons MB :
Mϵ[AB] donc AM+MB=AB
D'où MB=AB-AM
MB=7- 4
MB=3 cm

Exercice 3

L'unité de longueur est le centimètre (cm).

P, Q et R sont trois points du plan tels que : PR=50, PQ=120 et RQ=70.
Justifie que R appartient à [PQ]

Corrigé de l'exercice 3

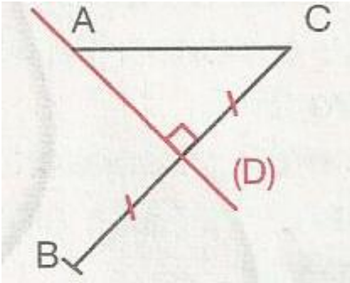
Justifions que R appartient à [PQ]

On a :

PR+RQ=50+70=120 or PQ=120 donc PR+RQ=PQ d'où R appartient au segment [PQ]

Exercice 4

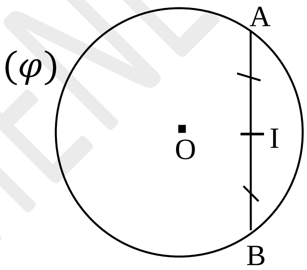
L'unité de longueur est le centimètre (cm).
Sur la figure codée ci-contre AC=5 et BC=7.
A est un point de (D)
Justifie que : AB = 5



Corrigé de l'exercice 4

Selon les codes sur cette figure, la droite (D) est la médiatrice du segment [BC]
Comme A est un point de (D) on a AB=AC
Ainsi AB=5 car AC=5.

Exercice 5
Le point I est le milieu de la corde [AB] du cercle (φ) de centre O.
Justifie que O appartient à la médiatrice de [AB].



Corrigé de l'exercice 5 :
Les segments [OA] et [OB] sont deux rayons du cercle (φ) de centre O donc OA=OB.
OA=OB alors le point O est équidistant des extrémités du [AB] ainsi O appartient à la médiatrice de [AB].

Exercice 6
Pour chacune des affirmations suivantes, coche la case V si l'affirmation est vraie ou F si l'affirmation est fausse.

Affirmations	V	F
Si K appartient à la médiatrice du segment [MN], alors KM=KN.		
Si MA + MB = AB, alors M appartient à la médiatrice du segment [AB].		
Si IA = IB, alors I appartient à la médiatrice du segment [AB]		

Corrigé de l'exercice 6

Affirmations	V	F
Si K appartient à la médiatrice du segment [MN], alors KM=KN.	×	
Si MA + MB = AB, alors M appartient à la médiatrice du segment [AB].		×
Si IA = IB, alors I appartient à la médiatrice du segment [AB]	×	

<u>Exercice 7</u>

Dans chacune des phrases ci-dessous, remplace les pointillés par les mots ou groupe de mots suivants pour obtenir une propriété :

point – segment – médiatrice - à égale distance

<u>Propriété1</u>

« Lorsqu'un ……………...est………………………………des extrémités d'un ………………………., ce …………… appartient à la ………………..……………..de ce ………………………»

<u>Propriété 2</u>

« Lorsqu'un …………. appartient à la………………………d'un ……………………., ce …………………………….est……………………..……des extrémités de ce …………………………»

<u>Corrigé de l'exercice 7</u>

<u>Propriété1</u>

« Lorsqu'un ***point*** est à é***gale distance*** des extrémités d'un ***segment***, ce ***point*** appartient à la ***médiatrice*** de ce *segment*»

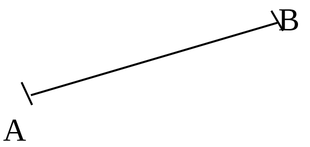
<u>Propriété 2</u>

« Lorsqu'un ***point*** appartient à la ***médiatrice*** d'un ***segment***,
ce ***point*** est à é***gale distance*** des extrémités de ce ***segment***.»

<u>EXERCICES DE RENFORCEMENT</u>

<u>Exercice 8</u>

On donne un segment [AB] de longueur 7cm
M et N sont deux points de la droites (AB) tels que :
AM = 5 et BN = 3,5.
Détermine les longueurs de chacun des segments [BM] et [AN].



<u>Corrigé de l'exercice 8</u>

<u>1er cas :</u> Les points M et N appartiennent au segment [AB]

Trouvons la longueur du segment [BM]
M∈[AB] donc AB=AM+MB
MB=AB-AM=7-5=2cm
Trouvons la longueur du segment [AN]
N∈[AB] donc AN+NB=AB
AN=AB-NB=7-3,5=3,5cm

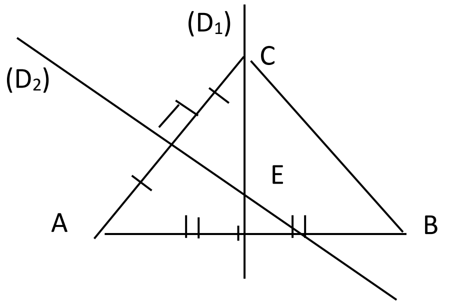
<u>2e cas :</u> Les points M et N n'appartiennent pas au segment [AB]

Trouvons la longueur du segment [BM]
M∉[AB] donc MB=BA+AM=7+5=12cm
Trouvons la longueur du segment [AN]
N∉[AB] donc AN=AB+BN=7+3,5=10,5cm.

Exercice 9

Sur la figure ci-dessous, les droites (D_1) et (D_2) sont les médiatrices respectives des segments [AB] et [AC]. Elles se coupent au point E.

Justifie que la médiatrice (D_3) du segment [BC] passe par E.



Corrigé de l'exercice 9

E appartient à la médiatrice de [AB] donc EA=EB

E appartient à la médiatrice de [AC] donc EA=EC

Donc EB=EA=EC. Comme EB=EC on a E appartient à la médiatrice de [BC].
Par conséquent la médiatrice (D_3) du segment [BC] passe par E

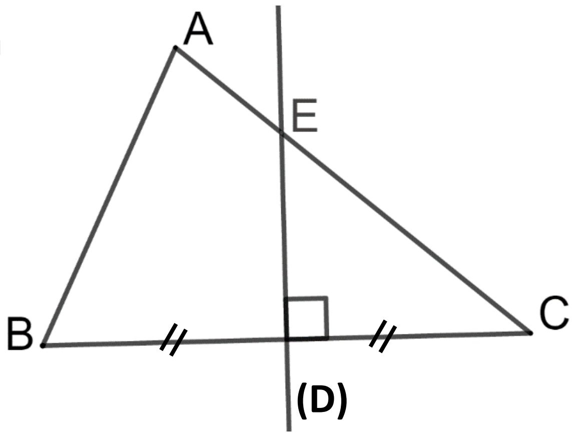
Exercice 10

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas à reproduire :

- ABC est un triangle tel que : AB=3,5 et AC=5 ;
- La médiatrice (D) du segment [BC] coupe le segment [AC] au point E tel que AE=1.

1. Justifie que EC=4
2. Détermine BE.



Corrigé de l'exercice 10

1- Je justifie que EC=4

E∈[AC] donc AE + EC = AC d'où EC=AC-AE. On obtient EC=5-1=4

2-Je détermine BE

E appartient à la médiatrice du segment [BC] donc EB=EC=4

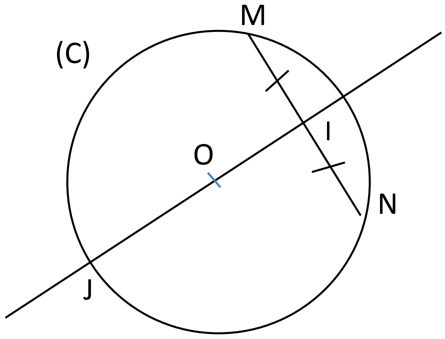
EB=4

2.EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 11

Sur la figure ci-contre :

- (C) est un cercle de centre O ;
- [MN] est une corde de milieu I ;
- La droite (OI) coupe le cercle (C) en J.
    1- Justifie que la droite (OI) est la médiatrice de [MN].
    2- Justifie que NJ=JM



Corrigé de l'exercice 11

1-Le point I est le milieu de [MN] on a IM=IN donc I appartient à la médiatrice de [MN].

M et N sont deux points du cercle (C) de centre O donc OM=ON et par conséquent O appartient à la médiatrice de [MN].

Les points I et O étant deux points de la médiatrice de [MN] on conclut que la droite (OI) est la médiatrice de [MN].

2-Le point J appartient à la droite (OI) médiatrice de [MN] donc NJ=JM.

3.SITUATION D'ÉVALUATION

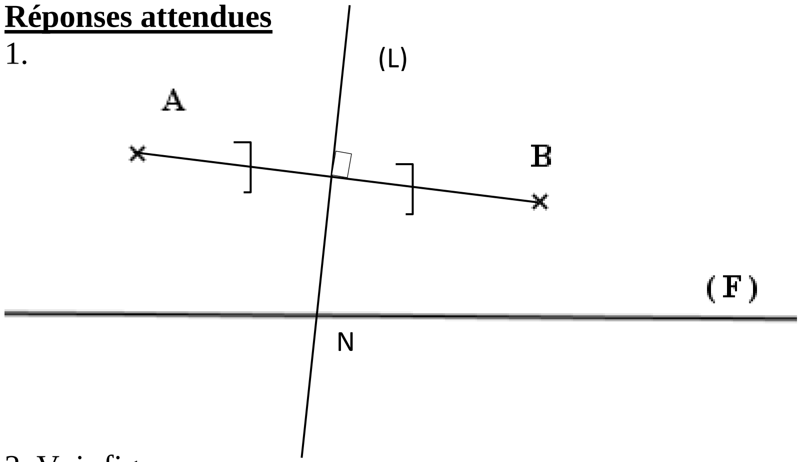
Une société des chemins de fer veut construire une gare. La gare doit desservir deux petites villes. L'emplacement de cette gare doit être à égale distance des deux villes. Avant le début des travaux, les élèves de la 5ème veulent déterminer l'emplacement de la gare. Ils réalisent la figure ci-dessous sur laquelle A et B représentent les deux villes, la droite (F) est la bande rectiligne à proximité du chemin de fer sur laquelle la gare peut être construite.

Tu es élève de cette classe, aide tes camarades à trouver l'emplacement de la gare en suivant les consignes suivantes :

1) Reproduis la figure et construis la droite (L), médiatrice du segment [AB].
2) N est le point d'interception de la droite (F) et de la droite (L).
    Place le point N
3) Justifie que le point N représente l'emplacement de la gare.

<u>Réponses attendues</u>

1.



2. Voir figure

3. N appartient à la médiatrice de $[AB]$ donc NA = NB

Le point N est l'emplacement de la gare.