THEME : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON 8 DE LA CLASSE DE CINQUIEME : CERCLE

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Les pylônes de deux compagnies de téléphonie mobile (E et F) sont installés dans un village de Côte d'Ivoire et sont distants de 8km. Le pylône E a un rayon de couverture de 6km et celui du F est de 4km.
Yao, un gérant de cabine cellulaire souhaite profiter de la couverture simultanée de deux réseaux pour implanter sa cabine (C).
Des élèves en classe de 5ème, natifs de ce village décident de trouver à Yao la zone favorable pour son activité.

B. CONTENU :

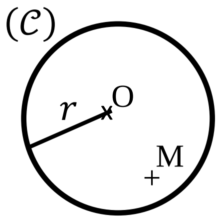
I. CERCLE

1. Point intérieur à un cercle

Propriété

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon r ; M est un point du plan.

- Si un point M est à l'intérieur du cercle$(\mathcal{C})$, alors OM $< r$.
- Si OM $< r$, alors le point M est à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$.

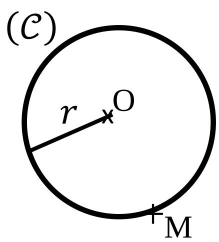


2. Point sur un cercle

Propriété

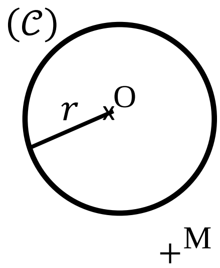
$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon r ; M est un point du plan.

- Si un point M est sur le cercle$(\mathcal{C})$, alors OM = r
- Si OM = r, alors le point M est sur le cercle.



3. Point extérieur à un cercle

Propriété



$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon r ; M est un point du plan.

- Si un point M est à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$, alors OM $> r$
- Si OM $> r$, alors le point M est à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$.

Exercice de fixation

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre I et de rayon 6 cm. Les points E, F, G, H et K sont tels que : IE = 6 cm, IF = 5,9 cm, IG = 7 cm, IH = 3 cm et IK = 6,1 cm.
Indique la position de chacun des points par rapport à $(\mathcal{C})$

Réponse attendue

Points à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$: F et H.
Points à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$: G et K.
Point sur le cercle $(\mathcal{C})$: E.

4. Cercle circonscrit a un triangle

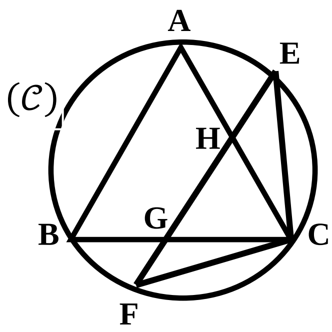
a. Définition

Le cercle qui passe par les trois sommets d'un triangle est le cercle circonscrit à ce triangle.

Remarque : Lorsqu'un cercle est circonscrit à un triangle, on dit que le triangle est inscrit dans le cercle.

Exercice de fixation

Observe attentivement la figure ci-contre, puis cite :



a) Deux triangles inscrits dans le cercle $(\mathcal{C})$.
b) Trois triangles qui ne sont pas inscrits dans le cercle $(\mathcal{C})$.

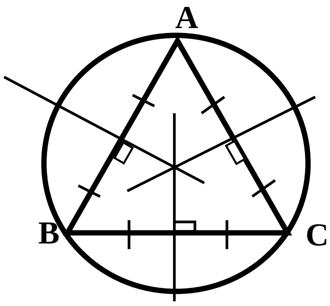
Corrigé de l'exercice de fixation

a) Les triangles ABC et EFC sont inscrits dans le cercle.
b) Les triangles HEC, HGC et GFC ne sont pas inscrits dans le cercle.

b. Centre du cercle circonscrit

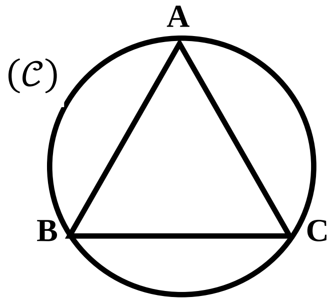
Propriété

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des trois médiatrices des côtés de ce triangle.

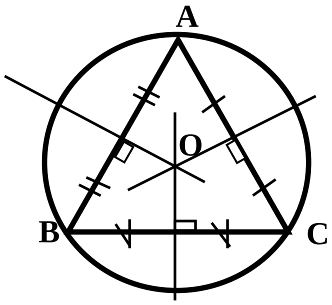


<u>Exercice de fixation</u>

Construis le centre O du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle ABC ci-contre.



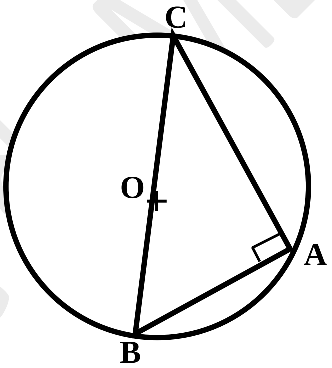
<u>corrigé de l'exercice de fixation</u>



c. <u>Cercle circonscrit à un triangle rectangle</u>

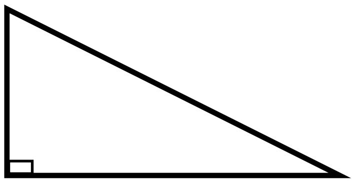
<u>Propriétés</u>

- Si un triangle ABC est rectangle en A, alors le cercle de diamètre $[BC]$ est circonscrit au triangle ABC.
- Si ABC est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$, alors ce triangle est rectangle en A.



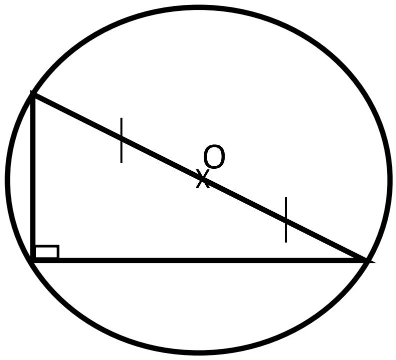
<u>Exercice de fixation</u>

Construis le cercle circonscrit au triangle ci-contre



<u>corrigé de l'exercice de fixation</u>

Il suffit de construire le cercle dont le centre est le milieu de l'hypoténuse du triangle



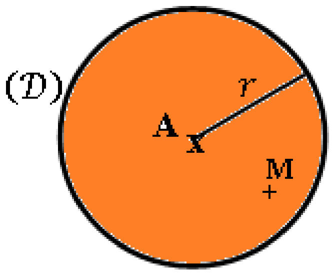
II. DISQUE

Caractéristique d'un point appartenant à un disque

Propriété

$(\mathcal{D})$ est le disque de centre A et de rayon r, M un point du plan.

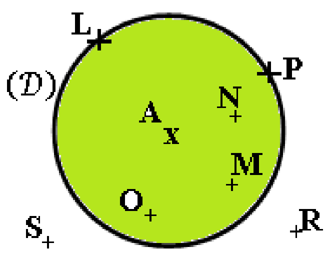
M $\in \mathcal{D}(A, r)$ signifie que AM $< r$ ou AM = r



Remarque : Un point M appartenant au cercle $\mathcal{C}(A, r)$ appartient au disque $\mathcal{D}(A, r)$

Exercice de fixation

Observe la figure ci-dessous puis cite tous les points qui appartiennent au disque $(\mathcal{D})$.



Corrigé de l'exercice de fixation

Les points qui appartiennent au disque $(\mathcal{D})$ sont : A, N, M, O, L et P.

C. SITUATION D'EVALUATION

Trois villages de la région de la Mé, Assikoi (A), Bassazin (B) et Nyan (N) se sont concertés pour construire une maternité en vue de faciliter l'accès aux soins de santé des femmes et des enfants. Les chefs des trois villages ont convenu de construire cette maternité à égale distance des trois villages.
6 km séparent Assikoi et Bassazin, 4km séparent Bassazin de Nyan et 5km séparent Nyan de Assikoi.
Des élèves de 5ème affirment que l'emplacement de la maternité est le centre d'un cercle auquel appartiennent ces trois villages.

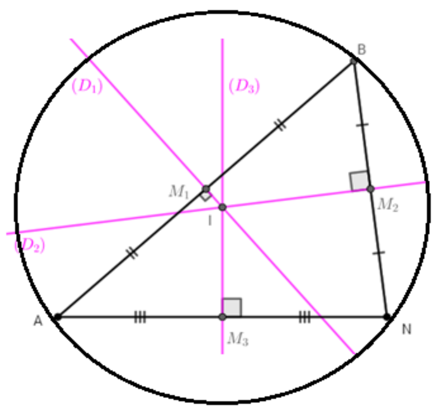
Tu es sollicité pour déterminer l'emplacement de la maternité en vue d'éviter toutes querelles.

Pour la figure, tu prendras comme échelle 1cm pour 1km.

1) Construis le triangle ABN tel que AB = 6, BN = 4 et NA = 5.
2) Trace les médiatrices de chaque côté du triangle ABN.
3) Indique l'emplacement I de la maternité. Justifie ta construction.
4) Construis le cercle $(\mathcal{C})$ de centre I passant par A et dis si ces élèves ont raison.

Réponse attendue

1) et 2) voir figure



3) Le point I est le point de concours des médiatrices du triangle ABN

I appartient à la médiatrice de AB donc IA = IB
I appartient à la médiatrice de BN donc IB = IN
De ces deux égalités ci-dessus, on peut dire que IA=IB=IN.
Donc I est à égale distance des points A, B et N.

Conclusion : la maternité est placée au point I pour être à égale distance des trois villages Assikoi (A), Bassazin (B) et Nyan (N).

4) Le point I étant le point de concours des médiatrices, il représente le centre du cercle circonscrit au triangle ABN. D'où les trois villages appartiennent à un même cercle.

Ces élèves ont raison.

D. EXERCICES

1- EXERCICES DE FIXATION

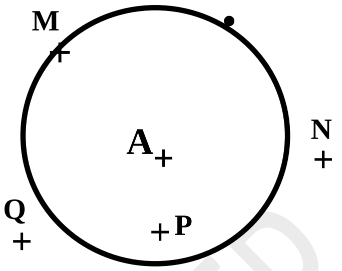
Exercice 1

On donne la figure ci-contre.

a) Cite un point à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$.

b) Cite un point à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$.

c) Cite un point sur le cercle $(\mathcal{C})$.



Exercice 2

Mets une croix dans la case correspondant à la bonne réponse

AFFIRMATIONS	Vrai	Faux
1) AM = 3 signifie que M est sur le cercle $\mathcal{C}(A, 3)$.		
2) AM $>$ 3 signifie que M est à l'extérieur du cercle $\mathcal{C}(A, 3)$.		
3) IA $>$ 3 signifie que A est à l'intérieur du cercle $\mathcal{C}(I, 3)$.		
4) IA$<$ 3 signifie que A est à l'extérieur du cercle $\mathcal{C}(I, 3)$.		

Exercice 3

Ordonne les groupes de phrases pour obtenir la définition du cercle circonscrit à un triangle.

« le cercle qui passe », « est le cercle circonscrit à ce triangle », « par les trois sommets d'un triangle ».

Exercice 4

Enonce la propriété relative au cercle circonscrit à un triangle.

Exercice 5

Remplace les pointillés par l'un des mots ou groupe de mots pour obtenir une affirmation vraie :

« circonscrit », « ABC est rectangle en A », « cercle de diamètre [BC] »

Si un triangle ……………, alors le …………est ………… au triangle ABC.

Exercice 6

$D(A, r)$ est un disque de centre A et de rayon r. M est un point du plan.

Entoure la bonne réponse.

M $\in \mathcal{D}(A, r)$ signifie que :

AM $= r$ ou AM $> r$; AM $= r$ ou AM $< r$; AM $< r$ ou AM $> r$

Exercice 7

A et M sont deux points du plan. Complète par les symboles $\in$ ou $\notin$

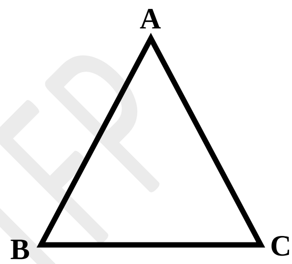
a- Si AM = 7, alors M ……….. $\mathcal{D}(A, 9)$

b- Si AM = 10, alors M ……….. $\mathcal{D}(A, 9)$

c- Si AM = 7, alors M ……….. $\mathcal{D}(A, 7)$

2- EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 8



ABC est un triangle.

1- Trace les médiatrices de chaque côté de ce triangle.

2- Trace le cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 9

$(\mathcal{C})$ est un cercle de diamètre[BC]. H est un point du cercle$(\mathcal{C})$.
Justifie que le triangle ABC est rectangle en H.

Exercice 10

On donne un segment [GH] de longueur 3cm.

1) Trace le cercle de centre G et de rayon GH.
2) Construis le cercle de centre H et de rayon HG.
3) Colorie l'ensemble des points appartenant à la fois aux deux disques.

Exercice 11

ABC est un triangle tel que AB = 6 cm; BC = 7cm et AC = 8cm.

1) Construis le centre du cercle circonscrit à ABC.
2) Trace le cercle circonscrit au triangle ABC.

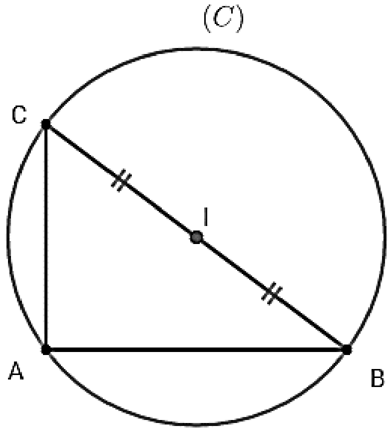
3- EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 12

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 4 et AC = 3.
Marque le point I, milieu de [BC].

1) Justifie que le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC.
2) Construis le cercle$(\mathcal{C})$ circonscrit à ce triangle.

<u>Réponse attendue</u>

1. ABC est un triangle est A donc il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse [BC]. D'où le centre du cercle circonscrit à ABC est le milieu du diamètre [BC]. Or le point I est milieu de [BC] donc le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC
2. 

V. <u>DOCUMENTS</u>

https://www.pass-education.fr/mediatrice-cercle-circonscrit-triangles-5eme-exercices-corriges-geometrie/