



**CODE :**

**Thème : Géométrie du plan**

**LECON 6 : ANGLES INSCRITS**

**Durée : 6 heures**

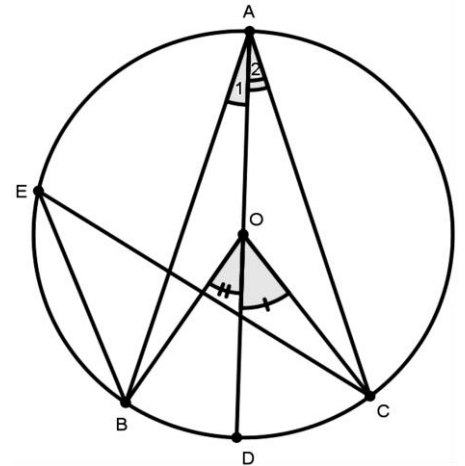
### A- SITUATION D'APPRENTISSAGE

Le Proviseur d'un établissement a fait une commande de médailles chez un bijoutier pour récompenser ses meilleurs élèves. Celui-ci doit faire la réplique de la médaille ci-contre.

Mais le bijoutier se dit que s'il pouvait connaître les mesures des angles qui y figurent, la reproduction serait parfaite.

Son fils en classe de 3<sup>ème</sup> lui propose de l'aider.

Ensemble, ils décident de déterminer les mesures de ces angles.



### B- CONTENU DE LA LEÇON

#### I. ANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE

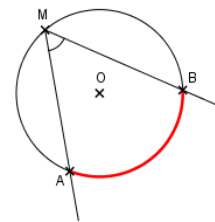
##### 1. DÉFINITION

Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est un point du cercle et les côtés coupent le cercle.

##### Exemple

L'angle  $\widehat{AMB}$  est appelé angle inscrit dans le cercle.

L'angle  $\widehat{AMB}$  intercepte l'arc  $\widehat{AB}$ .



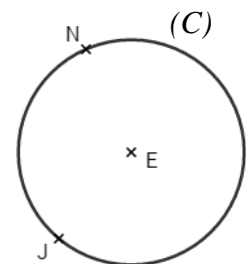
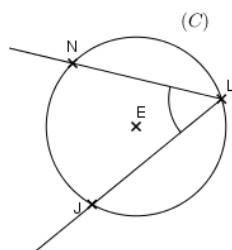
##### EXERCICE DE FIXATION

On donne la figure ci-contre.

- 1) Nomme un angle au centre.
- 2) Place un point L tel que  $\widehat{NLJ}$  soit un angle inscrit dans le cercle (C).

##### **Corrigé**

- 1)  $\widehat{NEJ}$  est un angle au centre.
- 2)



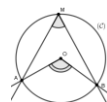
## 2. ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE ASSOCIÉ

### Définition

Un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre de ce cercle sont dits associés lorsqu'ils interceptent le même arc.

### Exemple

L'angle inscrit  $\widehat{AMB}$  et l'angle au centre  $\widehat{AOB}$  sont associés car ils interceptent le même arc  $\widehat{AB}$ .

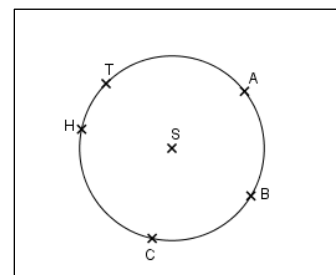


### Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, les points C, H, A et T appartiennent au cercle de centre S.

Reproduit le tableau ci-dessous puis complète-le.

Angles inscrits	$\widehat{CTA}$	$\widehat{ATC}$	$\widehat{TCA}$
Angles au centre associés			



### Corrigé

Angles inscrits	$\widehat{CTA}$	$\widehat{ATC}$	$\widehat{TCA}$
Angles au centre associés	$\widehat{CSA}$	$\widehat{ASC}$	$\widehat{TSA}$

## II. PROPRIETE DES ANGLES INSCRITS ET DES ANGLES AU CENTRE

### 1. MESURE D'UN ANGLE AIGU INSCRIT ET DE L'ANGLE AU CENTRE ASSOCIÉ

#### Propriété

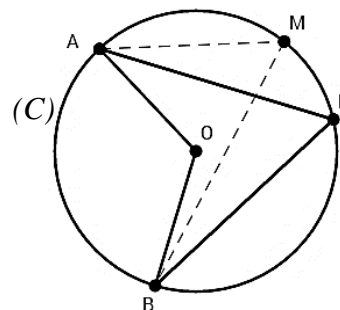
Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de celle de l'angle au centre associé.

#### EXERCICE DE FIXATION

(C) est un cercle de centre O.

A, B et M sont trois points de (C) tels que le triangle ABD soit équilatéral.

- 1) Justifie que :  $mes \widehat{AOB} = 120^\circ$ .
- 2) Calcule  $mes \widehat{AMB}$ .



### Corrigé

- 1)  $\widehat{ADB}$  est un angle inscrit ayant pour angle associé l'angle au centre  $\widehat{AOB}$ .  
On a :  $mes \widehat{AOB} = 2 mes \widehat{ADB}$ . Or,  $mes \widehat{ADB} = 60^\circ$  ; donc  $mes \widehat{AOB} = 120^\circ$ .
- 2)  $\widehat{AMB}$  est un angle inscrit ayant pour angle au centre associé l'angle au centre  $\widehat{AOB}$ .  
Donc :  $mes \widehat{AMB} = \frac{1}{2} mes \widehat{AOB} = 60^\circ$ .

## 2. ANGLES INSCRITS INTERCEPTANT LE MÊME ARC

### Propriété

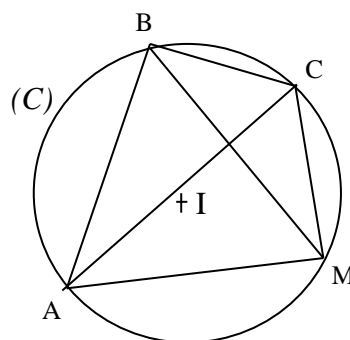
Si dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

### Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre I.

On donne :  $\text{mes } \widehat{BAC} = 30^\circ$  et  $\text{mes } \widehat{BCA} = 50^\circ$ .

Détermine  $\text{mes } \widehat{BMC}$  et  $\text{mes } \widehat{BMA}$ .

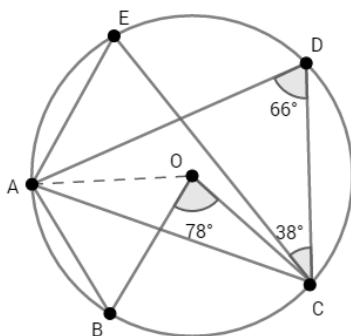


### Corrigé

- Les angles inscrits  $\widehat{BMC}$  et  $\widehat{BAC}$  interceptent le même arc  $\widehat{BC}$  dans le cercle (C), donc  $\text{mes } \widehat{BMC} = \text{mes } \widehat{BAC} = 30^\circ$ .
- Les angles inscrits  $\widehat{BMA}$  et  $\widehat{BCA}$  interceptent le même arc  $\widehat{BA}$  dans le cercle (C), donc  $\text{mes } \widehat{BMA} = \text{mes } \widehat{BCA} = 50^\circ$ .

### C- SITUATION D'ÉVALUATION

Un artisan de Waraniéré a reçu d'un client, une commande de nappe de table circulaire avec les contraintes précisées par la figure ci-dessous.



Il devra réaliser une toile circulaire de diamètre 3 m. La mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  doit être plus petite que  $60^\circ$ . Seulement, après analyse du schéma fourni, il se demande s'il est possible de satisfaire le client vu que la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  n'est pas donnée.

L'artisan te sollicite pour l'aider à déterminer cette mesure pour une reproduction parfaite.

Réponds aux préoccupations de l'artisan.

### Corrigé

Déterminons la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

L'angle inscrit  $\widehat{ADC}$  est associé à l'angle au centre  $\widehat{AOC}$  ; donc :  $\text{mes } \widehat{AOC} = 2 \text{ mes } \widehat{ADC} = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$ .

Or,  $\text{mes } \widehat{AOB} = \text{mes } \widehat{AOC} - \text{mes } \widehat{BOC} = 132^\circ - 78^\circ$ .

Donc :  $\text{mes } \widehat{AOB} = 54^\circ$ .

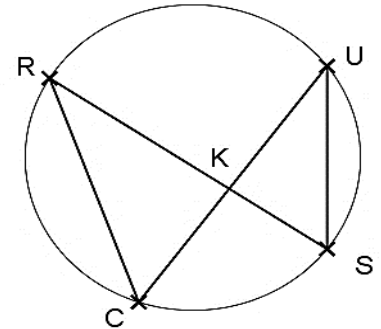
Étant donné que la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  est plus petite que  $60^\circ$ , nous pouvons affirmer que cet artisan fera une réalisation parfaite.

## D- EXERCICES

### D-1 Exercices de fixation

#### Exercice 1

Sur la figure ci-contre, les points R, S, C et U sont sur le même cercle dont les cordes [RS] et [CU] se coupent en K. Complète le tableau par vrai ou faux selon que l'angle est inscrit ou non dans le cercle. Si l'angle est inscrit, nomme l'arc intercepté . comme dans l'exemple de la première colonne.

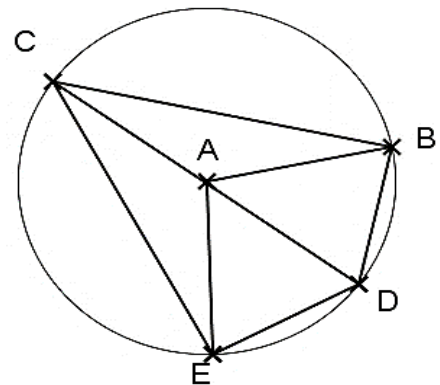


Angles	$\widehat{RKU}$	$\widehat{CRS}$	$\widehat{URS}$	$\widehat{CSK}$	$\widehat{UKS}$
Angle inscrit	Faux				
Arc intercepté	Néant				

#### Exercice 2

Observe la figure ci-contre puis complète le tableau suivant.

Angle inscrit	$\widehat{CEB}$	$\widehat{DBC}$		$\widehat{DCB}$
Angle au centre associé			$\widehat{EAD}$	



#### Exercice 3

Dans un cercle, l'angle au centre mesure :

- le double de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- la moitié de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- le tiers de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

Indique la lettre qui correspond à la réponse correcte.

### Corrigé

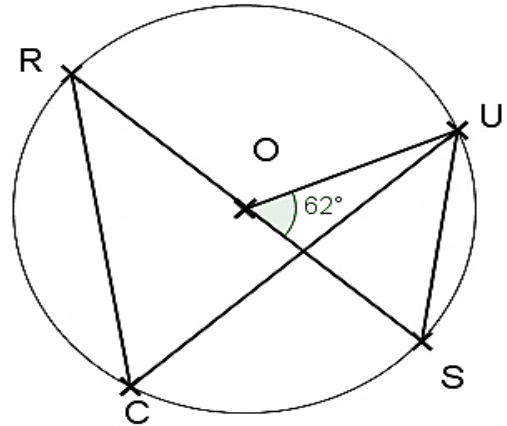
La lettre qui correspond à la réponse correcte est la lettre a).

## D-2 Exercices de renforcement

### Exercice 4

Sur la figure ci-contre, les points R, C, S et U sont sur le même cercle de centre O et de diamètre [SR]. On sait que  $mes \widehat{UOS} = 62^\circ$ .

- 1) Calcule :
  - a)  $mes \widehat{UOR}$ .
  - b)  $mes \widehat{UCR}$ .
- 2) Justifie que  $mes \widehat{USR} = mes \widehat{UCR}$ .

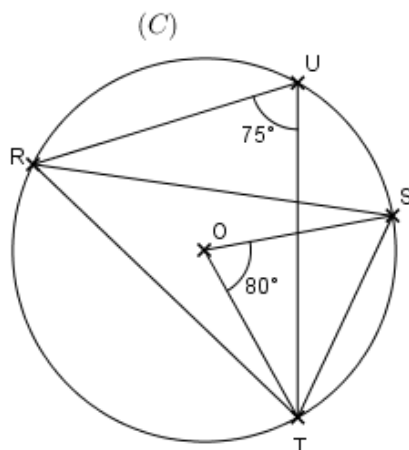


### **Corrigé**

- 1) a)  $\widehat{ROS}$  est un angle plat donc  $mes \widehat{ROS} = 180^\circ$ . Or  $mes \widehat{UOR} = mes \widehat{ROS} - mes \widehat{UOS}$ , donc  $mes \widehat{UOR} = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$ .  
b)  $\widehat{UCR}$  est un angle inscrit associé à l'angle au centre  $\widehat{UOR}$ , donc  $mes \widehat{UCR} = \frac{1}{2} mes \widehat{UOR} = 59^\circ$ .
- 2) Les angles  $\widehat{USR}$  et  $\widehat{UCR}$  sont des angles inscrits qui interceptent le même arc  $\widehat{UR}$ , donc  $mes \widehat{USR} = mes \widehat{UCR}$ .

### Exercice 5

Utilise les données de la figure ci-dessous pour déterminer la mesure de chacun des angles du triangle RST.



### **Corrigé**

- Les angles inscrits  $\widehat{RUT}$  et  $\widehat{RST}$  interceptent le même arc, donc  $mes \widehat{RST} = mes \widehat{RUT} = 75^\circ$ .
- $\widehat{SRT}$  est un angle inscrit associé à l'angle au centre  $\widehat{SOT}$ , donc  $mes \widehat{SRT} = \frac{1}{2} mes \widehat{SOT} = 40^\circ$ .
- Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$  donc

$$\text{mes } \widehat{RTS} = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ.$$

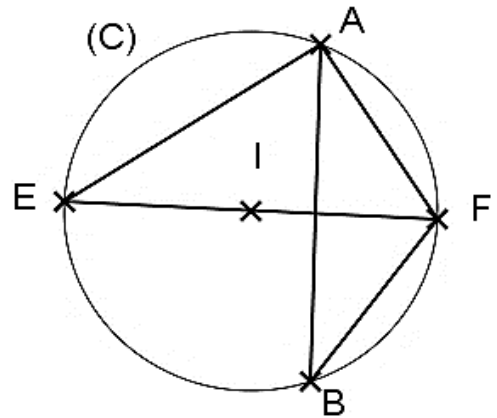
### D-3 Exercices d'approfondissement

#### Exercice 6

L'unité de longueur est le centimètre.

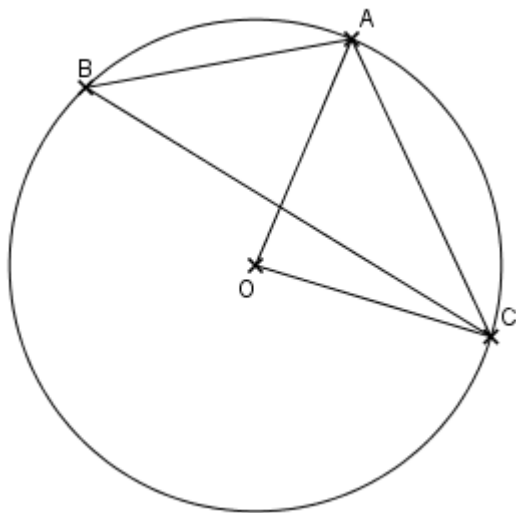
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs :

- (C) est un cercle de centre I et de rayon 4 ;
  - [EF] est un diamètre du cercle (C) ;
  - A et B sont deux points de (C), on donne  $AF = 6$
- 1) a) Justifie que le triangle AEF est rectangle en A.  
b) Calcule AE.
  - 2) Justifie que  $\text{mes } \widehat{AEF} = \text{mes } \widehat{ABF}$ .
  - 3) Justifie que  $\text{Sin } \widehat{AEF} = 0,7$
  - 4) Utilise l'extrait de la table trigonométrique pour encadrer  $\text{mes } \widehat{AEF}$  par deux nombres entiers consécutifs.



#### Exercice 7

Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont sur le cercle de centre O et  $\text{mes } \widehat{OAC} = 36^\circ$ .



- 1) Indique la nature du triangle OAC. Justifie ta réponse.
- 2) Détermine la mesure des angles suivants :  
 $\widehat{OCA}$  ;  $\widehat{AOC}$  ;  $\widehat{ABC}$ .