Troisième

Mathématiques

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Code :

Thème : Géométrie du plan

Leçon 7: VECTEURS **Durée : 10 heures**

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Le professeur de mathématiques d'une classe de troisième a mis l'égalité vectorielle suivante au tableau et s'est absenté pour aller à l'administration.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{AO} - 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DB}$, ou A, M, O, B et D sont des points distincts du plan.

Une élève affirme que les droites (AM) et (OD) sont parallèles.

Son voisin n'étant pas convaincu, une discussion s'engage entre eux.

Ils posent le problème à leurs camarades de classe et ensemble ils décident de faire des recherches sur les propriétés relatives aux vecteurs.

B. CONTENU DE LA LECON

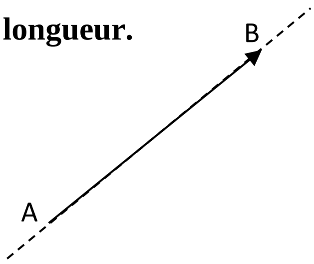
I. Caractérisation d'un vecteur

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par sa **direction,** son **sens** et sa **longueur.**

1. Caractéristiques d'un vecteur

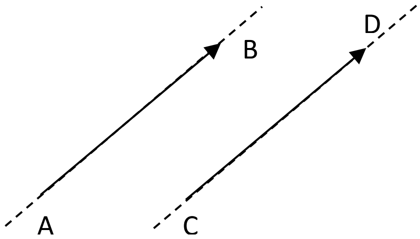
Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

- sa direction qui est la droite (AB),
- son sens qui est celui de A vers B,
- sa longueur qui est la distance AB.

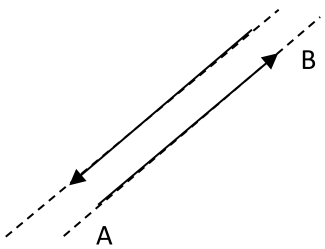


2. Vecteurs égaux – Vecteurs opposés

- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux s'ils ont :
  - la même direction,
  - le même sens,
  - la même longueur.



- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$.
  On note : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.



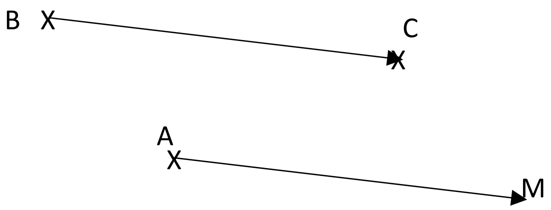
Exercice de fixation

Soient A, B et C trois points non alignés du plan. Place un point M du plan tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.

Corrigé

Programme de construction du point M.

- Je trace une droite passant par A et parallèle à (BC) ;
- Je place le point M tel que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BC}$ aient le même sens et AM = BC.



3. Somme de vecteurs

Egalité de Chasles

A, B et C sont des points du plan.

On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

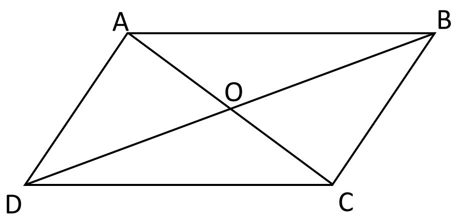
$\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Remarques

- La somme de deux vecteurs de même direction est un vecteur de même direction.
- La somme de deux vecteurs opposés est le vecteur nul.

Exercice de fixation

ABCD est un parallélogramme de centre O. Nomme un vecteur de la figure égal à :



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$; $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OB}$

Corrigé

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DB}$.

4. Différence de deux vecteurs

a) Définition

A, B, C et D sont quatre points distincts du plan.

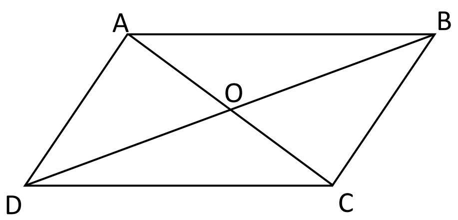
Le vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ est appelé **différence des vecteurs $\overrightarrow{AB}$** et **$\overrightarrow{CD}$.**

Remarque

On a : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

Exercice de fixation

ABCD est un parallélogramme de centre O. Nomme un vecteur de la figure égal à :



$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CO}$; $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD}$

Corrigé

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DA}$.

b) Réduction d'une somme de vecteurs
<u>Méthode</u>
Pour effectuer une somme de plusieurs vecteurs, on peut :
- déplacer et regrouper certains vecteurs,
- transformer une différence de vecteurs en somme,
- appliquer l'égalité de Chasles.

Exemple
Calculons la somme : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$.

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$ (On a déplacé les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE}$).
$= -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}$ (On a appliqué l'égalité de Chasles à chacune des sommes $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$).
$= -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF}$ (On a appliqué l'égalité de Chasles à la somme $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}$).
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$ (On a transformé $-\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF}$ en $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$).
$= \overrightarrow{AF}$. (On a appliqué l'égalité de Chasles à la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$).

<u>Exercice de fixation</u>
Simplifie l'écriture de chacune des sommes suivantes :
$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

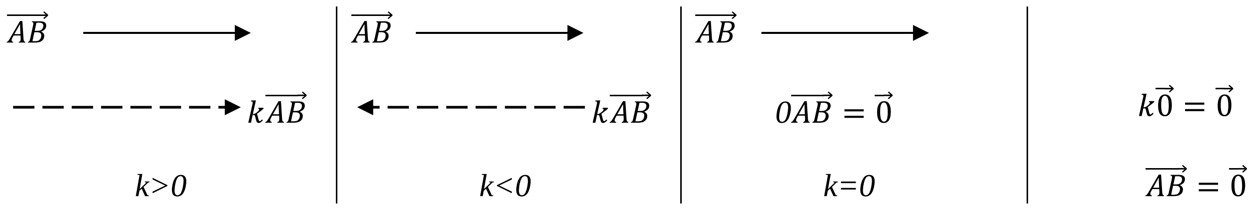
Corrigé
$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AD}$

5. <u>Produit d'un vecteur par un nombre réel</u>

a) Définition
On appelle produit du vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel non nul k, le vecteur $\overrightarrow{MN}$ tel que :
- (MN) et (AB) ont la même direction ;
- $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ $\begin{cases} -\ ont\ le\ même\ sens\ lorsque\ k\ est\ positif; \\ -\ ont\ des\ sens\ contraires\ lorsque\ k\ est\ négatif; \end{cases}$
- $MN = |k|$AB.

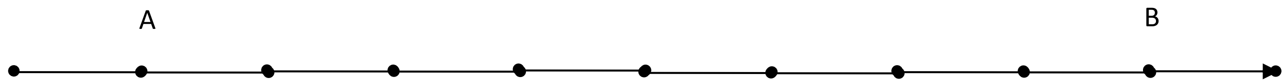
Le produit du vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ par le nombre k est noté : $k.\overrightarrow{AB}$.

Par convention :
- Le produit du vecteur nul par un nombre réel est le vecteur nul.
- Le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par 0 est le vecteur nul.

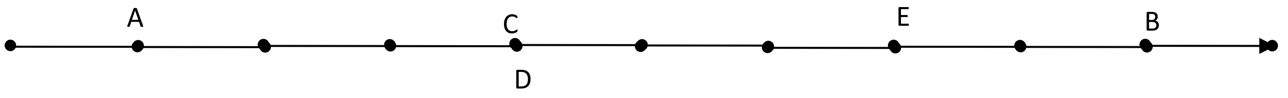


Exemple

(D) est une droite graduée. A, B, C, D et E sont des points de (D).



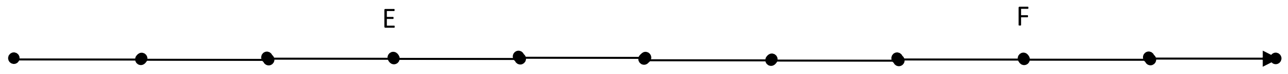
Plaçons les points C, D et E tels que : $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD} = -\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$



Exercices de fixation

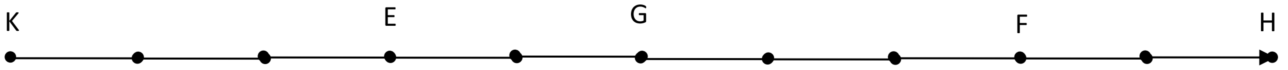
Exercice 1

(D) est une droite graduée. E, F, G , H et K sont des points de (D).



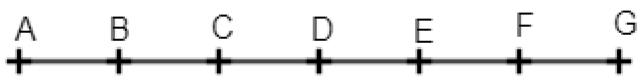
Place les points G, H et K tels que : $\overrightarrow{EG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{EH} = \frac{7}{5}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FK} = -\frac{8}{5}\overrightarrow{EF}$.

Corrigé



Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, le segment $[MN]$ est partagé en six segments de même longueur.



Recopie et complète chacune des égalités suivantes par le nombre réel qui convient.

a) $\overrightarrow{AC} = \cdots \overrightarrow{AD}$; b) $\overrightarrow{FE} = \cdots \overrightarrow{GA}$ c) $\overrightarrow{CG} = \cdots \overrightarrow{CB}$.

Corrigé

a) $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$; b) $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{6}\overrightarrow{GA}$ c) $\overrightarrow{CG} = -4\overrightarrow{CB}$.

b) Propriétés

A, B, C et D sont des points du plan. k et h sont des nombres réels. On a :

- $k\left(h\overrightarrow{AB}\right) = (kh)\overrightarrow{AB}$.
- $k\overrightarrow{AB} + h\overrightarrow{AB} = (k+h)\overrightarrow{AB}$.
- $k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.
- $1\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$.

Exercice de fixation
Simplifie les écritures suivantes :

a) $\frac{1}{2}(8\overrightarrow{AB})$
b) $-3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AB}$
c) $-3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$

Corrigé

a) $\frac{1}{2}(8\overrightarrow{AB}) = \left(\frac{1}{2} \times 8\right)\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AB}$
b) $-3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AB} = (-3+5)\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$
c) $-3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) = -3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}$
$= -3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{CD}$
$= -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$
$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$

II. Vecteurs de même direction – Vecteurs colinéaires

1. Vecteurs de même direction

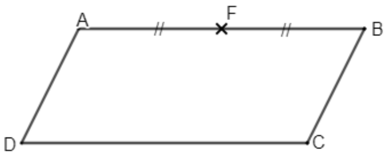
Propriété : A, B, C et D sont quatre points du plan.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction. } équivaut à { On peut trouver un nombre réel k non nul tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$

Exemple
$\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$ équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction.

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme et F est le milieu du segment [AB].
Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AF}$ ont la même direction.



Corrigé
ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
Or $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AF}$ car F est le milieu du segment [AB].
Donc $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AF}$.
Par conséquent les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AF}$ ont la même direction.

2. Vecteurs colinéaires

a. Définition

On dit que des vecteurs sont **colinéaires** lorsqu'ils ont la même direction, ou lorsque l'un d'eux est le vecteur nul.

Exemple
$\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$ équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

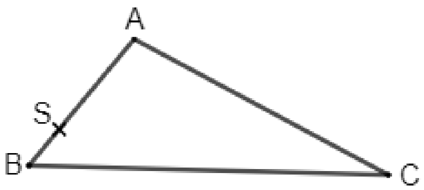
b. Propriété

A et B sont deux points du plan.
$M \in (AB)$ équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle et S ∈ [AB].
On donne le point I tel que : $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

1) Donne trois vecteurs colinéaires au vecteur $\overrightarrow{BS}$.
2) Justifie que I ∈ [BC].



Corrigé

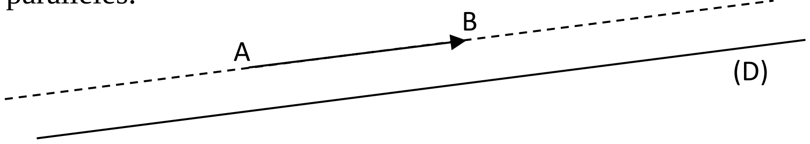
1) Trois vecteurs colinéaires au vecteur $\overrightarrow{BS}$:
$\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{SB}$.
2) $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ équivaut à $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$
équivaut à $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$
équivaut à $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC}$.
Donc les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Par conséquent I ∈ [BC].

III. Vecteurs directeurs d'une droite – vecteurs orthogonaux

1. Vecteurs directeurs d'une droite

Définition

On dit que le vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ est un ***vecteur directeur*** de la droite (D) lorsque les droites (D) et (AB) sont parallèles.

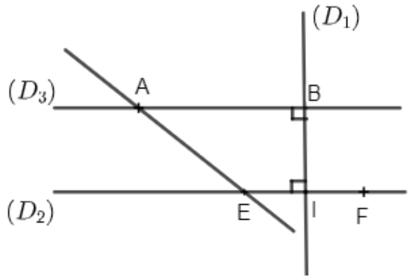


$(AB)//(D)$

Remarque : La droite (AB) détermine une direction, et chaque droite parallèle à la droite (AB) a la même direction que (AB).

Exercice de fixation

Observe la figure ci-contre puis écris le numéro de l'affirmation suivi de la lettre qui correspond à la réponse correcte.



1) Un vecteur directeur de la droite (D_3) est :
a) $\overrightarrow{AE}$ b) $\overrightarrow{BI}$ c) $\overrightarrow{AB}$.

2) Un vecteur directeur de la droite (D_2) est :
b) $\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AE}$ c) $\overrightarrow{BI}$.

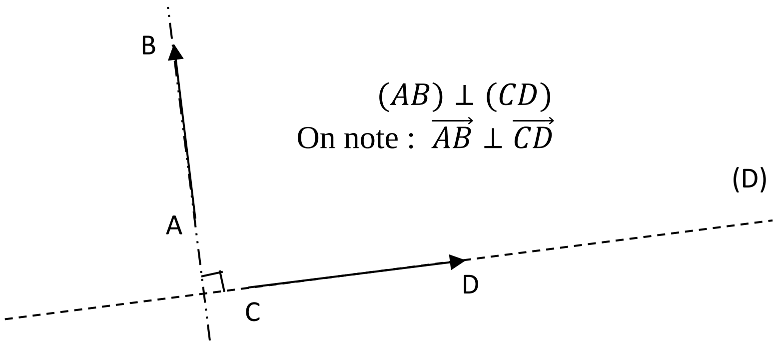
Corrigé

1) c) ; 2) b).

2. Vecteurs orthogonaux

Définition

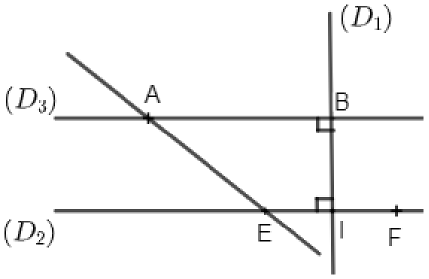
On dit que deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.



$(AB) \perp (CD)$
On note : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

Exercice de fixation

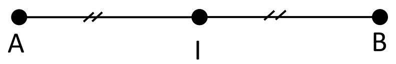
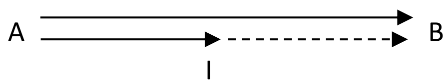
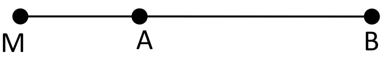
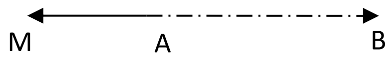
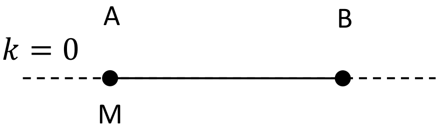
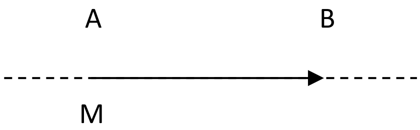
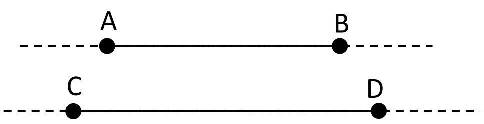
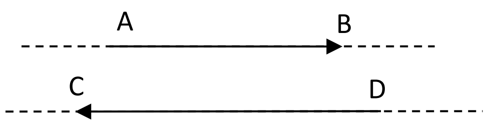
Observe la figure ci-dessous puis cite deux vecteurs orthogonaux.



Corrigé

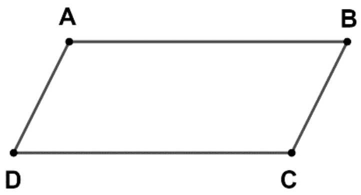
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BI}$ ou $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{BI}$ ou $\overrightarrow{FI}$ et $\overrightarrow{BI}$.

IV- Langage géométrique – langage vectoriel

	Langage géométrique		Langage vectoriel
Milieu d'un segment	I est le milieu de [AB]	équivaut à	$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$
			
Points Alignés	A, B et M sont alignés	équivaut à	$\begin{cases} \text{On peut trouver un} \\ \text{nombre } k \text{ tel que:} \\ \overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB} \end{cases}$
	 $k \neq 0$		
	$k = 0$ 		
Droites parallèles	$(AB)//(CD)$	équivaut à	$\begin{cases} \text{On peut trouver un} \\ \text{nombre } k \text{ non nul tel que:} \\ \overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB} \end{cases}$
			

C. SITUATION D'EVALUATION

Pendant une séance de cours , le professeur de mathématiques d'une classe de 3ème a mis ces informations et la figure ci-contre au tableau.



ABCD est un parallélogramme et $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB}$.

Appelé d'urgence à l'administration , il s'absente. C'est alors qu'un élève de la classe affirme que le point C est le milieu du segment [EF]. Un autre, étonné, cherche à vérifier cette affirmation.

1) Justifie que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$.

2) Justifie que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$.

3) Dis si l'affirmation est vraie ou pas.

Corrigé

1) On a $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DA}$.

En transformant le vecteur $\overrightarrow{ED}$ en $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$, on a :

$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$, or $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Donc $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.

2) On a $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB}$.

En transformant le vecteur $\overrightarrow{ED}$ en $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$, on a :

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$, or $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Donc $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.

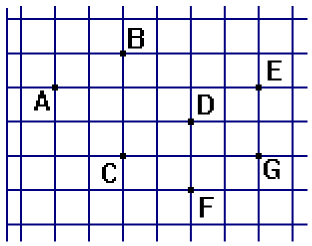
3) Comme $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$ alors $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$.
Donc, C est le milieu du segment [EF].
D'où l'élève a raison.

D. EXERCICES

D-1 Exercices de fixation

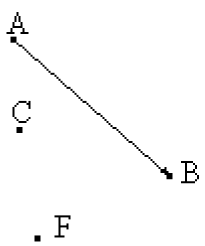
Exercice 1

1. Cite les vecteurs de même longueur que $\overrightarrow{AB}$ sur la figure ci-contre.
2. Cite les vecteurs de même direction que $\overrightarrow{AB}$.
   Parmi ces vecteurs, cite ceux qui sont de même sens que $\overrightarrow{AB}$.
3. Cite les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.



Exercice 2

Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.



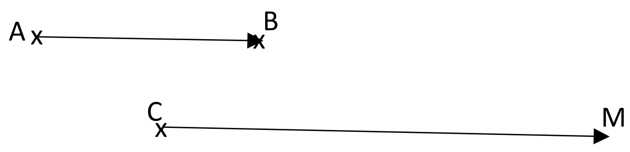
Exercice 3

A, B et C sont trois points non alignés du plan.
Dans chacun des cas suivants, construis le point M tel que :

a) $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$.
b) $\overrightarrow{CM} = (-3)\overrightarrow{AB}$.
c) $\overrightarrow{CM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

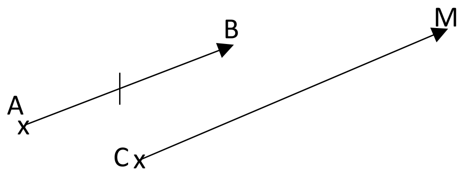
Corrigé

a)



b)

c)



Exercice 4

On donne les égalités vectorielles suivantes :
$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$ et $3\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF}$.
Exprime $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$.

Corrigé

$$\left.\begin{array}{l} \text{On a } \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD} \text{ alors } \overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\ \text{On a } 3\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF} \text{ alors } \overrightarrow{CD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{EF} \end{array}\right\} \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{EF} \text{ donc } \overrightarrow{AB} = \frac{8}{3}\overrightarrow{EF}.$$

D-2 Exercices de renforcement

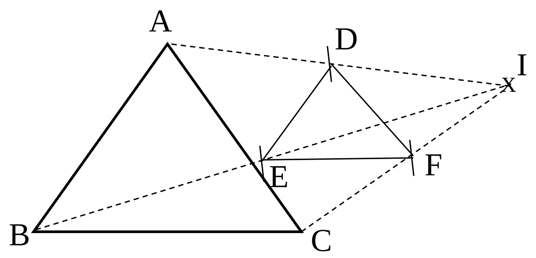
Exercice 5

ABC est un triangle équilatéral et I est un point extérieur à ce triangle.

1) Construis les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$.
2) Démontre que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.
3) Démontre que le triangle DEF est équilatéral.

Corrigé

1)



2) On a $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{IB}$ alors $\overrightarrow{IE} - \overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$.

Or $\overrightarrow{IE} - \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IE} = \overrightarrow{DE}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{IB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{AB}$.

Par conséquent les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Remarque : On peut de même démontrer que (DF)//(AC) et (EF)//(BC).

3) D'après la question 2), on a : $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{BC}$

Alors DE = $\frac{1}{2}$AB, DF = $\frac{1}{2}$AC et EF = $\frac{1}{2}$BC

Or AB = AC = BC car ABC est un triangle équilatéral

Donc DE = DF = EF

Par conséquent DEF est un triangle équilatéral.

D-3 EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 6

ABC est un triangle , E et F sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

1) Justifie que les vecteurs EF et CB sont colinéaires.

2) Deduis-en que : BC= 2EF