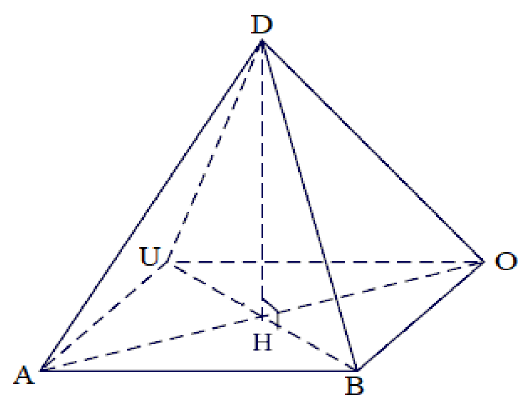
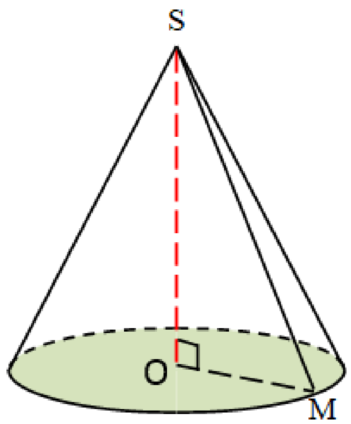
Code :
Thème : Géométrie de l'espace
LECON 14 : PYRAMIDES ET CÔNES Durée : 6 heures.

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Pour la fête de fin d'année scolaire, le Proviseur d'un Lycée envoie sa secrétaire passer une commande de 100 boîtes d'emballage de cadeaux chez un marchand. Le marchand propose à la secrétaire deux types de boîtes d'emballage qui ont les formes représentées par les figures ci-dessous.
Il indique que ces figures ne sont pas en grandeurs réelles et que :
DH = SO = 40 cm, AH = OM = 30 cm et DB = SM = 50 cm.
Le mètre carré de matière à utiliser pour fabriquer ces boîtes d'emballage coûte 5000 F CFA.
La secrétaire veut savoir lequel des deux modèles d'emballage est le moins cher. Elle doit donner sa réponse dans un délai de deux jours. Son fils, élève en classe de 3ème, ayant vu ces figures dans son livre de maths, décide de l'aider en lisant le cours sur les pyramides et les cônes.





B. CONTENU DE LA LEÇON

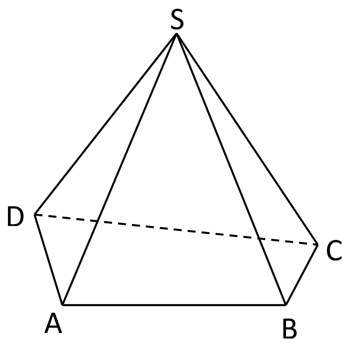
I. Pyramides

1. Présentation

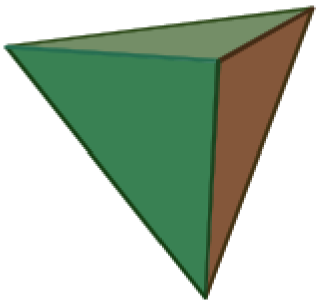
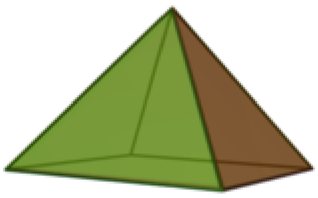
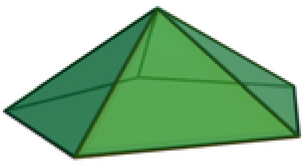
Une pyramide est un solide qui a :
- un **sommet** appelé aussi le sommet principal **;**
- une **base** en forme de polygone (une figure plane qui a plusieurs côtés et qui est formée d'une ligne brisée fermée) ;
- des **faces latérales** triangulaires ayant un même sommet appelé « sommet principal »;
- le sommet principal du solide est relié aux sommets de sa base par des segments appelés arêtes de la pyramide.

Exemple

Le solide SABCD représenté ci-contre est une **pyramide**.
- Le point S est le **sommet** de la pyramide.
- Le quadrilatère ABCD est la **base** de la pyramide.
- Les triangles SAB, SBC, SDC et SDA sont les **faces latérales** de la pyramide.
- Les segments [SA], [SB], [SC], [SD, [AB], [BC], [CD] et [DA] sont **les arêtes** de la pyramide.



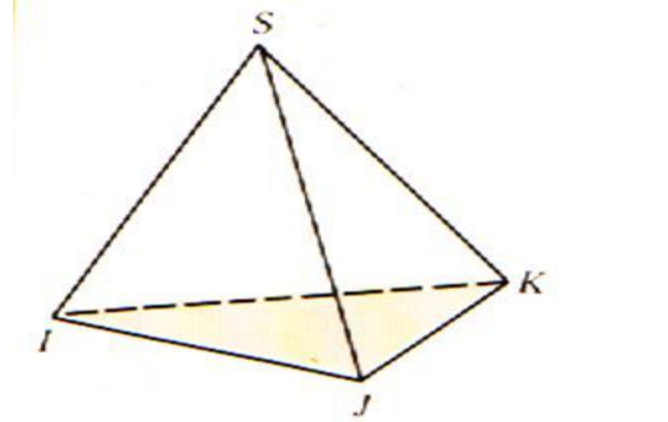
Exemples de pyramides particulières

Nom	**Tétraèdre**	**Pyramide carrée**	**Pyramide pentagonale**
Solide			
Base	Triangle équilatéral	Carré	Pentagone régulier

Remarques

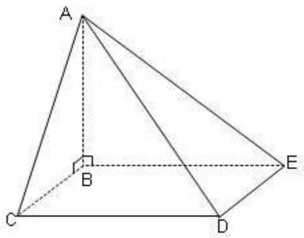
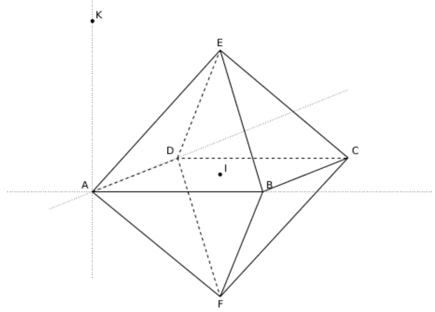
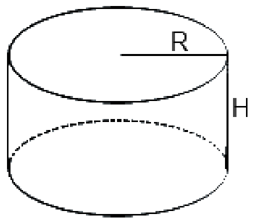
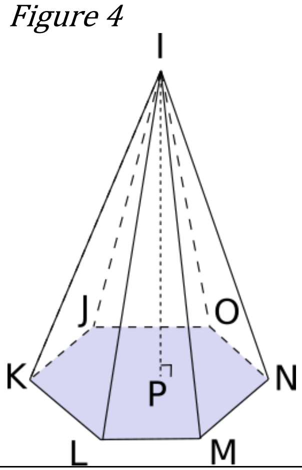
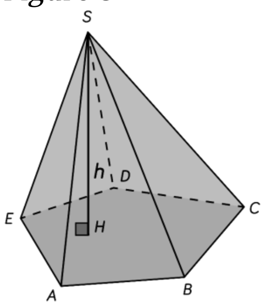
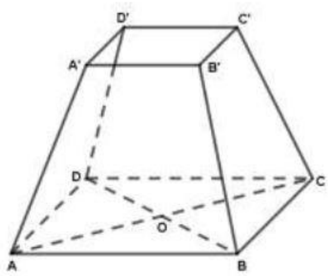
• Une pyramide a autant de faces latérales que sa base a de côtés.

• Dans une pyramide à base triangulaire, chaque face latérale peut être considérée comme base de cette pyramide et chaque sommet peut être considéré comme le sommet de cette pyramide.



Exercice de fixation

Parmi les solides suivants, indique ceux qui sont des pyramides

Figure 1 	*Figure 2* 	*Figure 3* 
Figure 4 	*Figure 5* 	*Figure 6* 

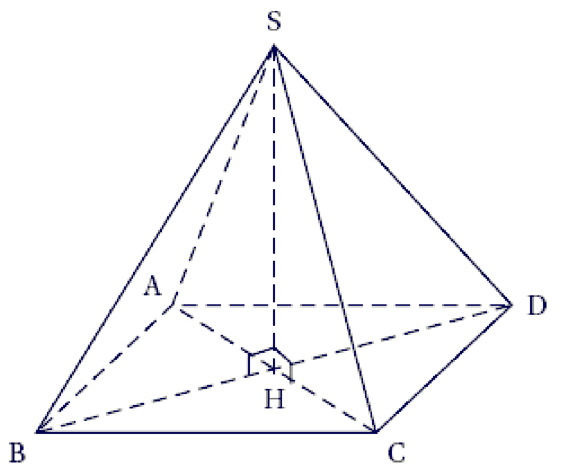
Corrigé

Figures 1 ; 4 et 5.

2. Hauteur d'une pyramide

Définition
• On appelle hauteur d'une pyramide, la droite qui passe par le sommet de cette pyramide et qui est perpendiculaire au plan de sa base.

Exemple
Dans la pyramide SABCD ci-contre, le support du segment [SH] est perpendiculaire au plan de la base ABCD.
Donc le segment $[SH]$ est la **hauteur** de cette pyramide.

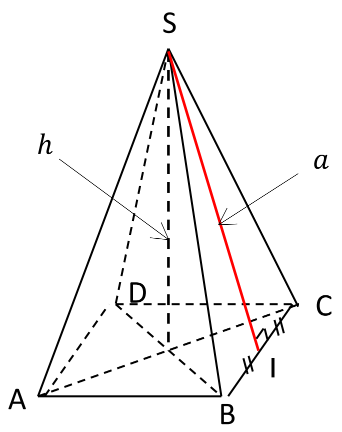


3. Apothème d'une pyramide

Définition
Un **apothème** d'une pyramide est la hauteur d'une face latérale issue du sommet de la pyramide.

Exemple
Dans la pyramide SABCD ci-contre, le segment [SI] est un apothème.

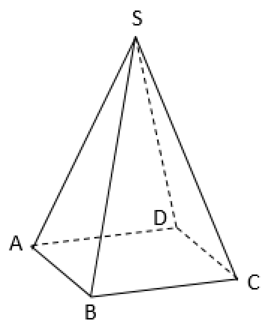
Remarque
Un apothème est aussi une longueur de la hauteur d'une face latérale issue du sommet de la pyramide.



4. Pyramide régulière

a) Définition
Une pyramide est dite **régulière** lorsque :
• Sa base est un **polygone régulier** (polygone inscriptible dans un cercle et dont tous les côtés ont la même longueur). Par exemple, la base peut être un triangle équilatéral, un carré, ...
• Ses faces latérales sont des triangles **isocèles** superposables.

Exemple
Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide régulière car sa base ABCD est un carré et les triangles SAB ; SBC ; SCD et SDA sont isocèles.

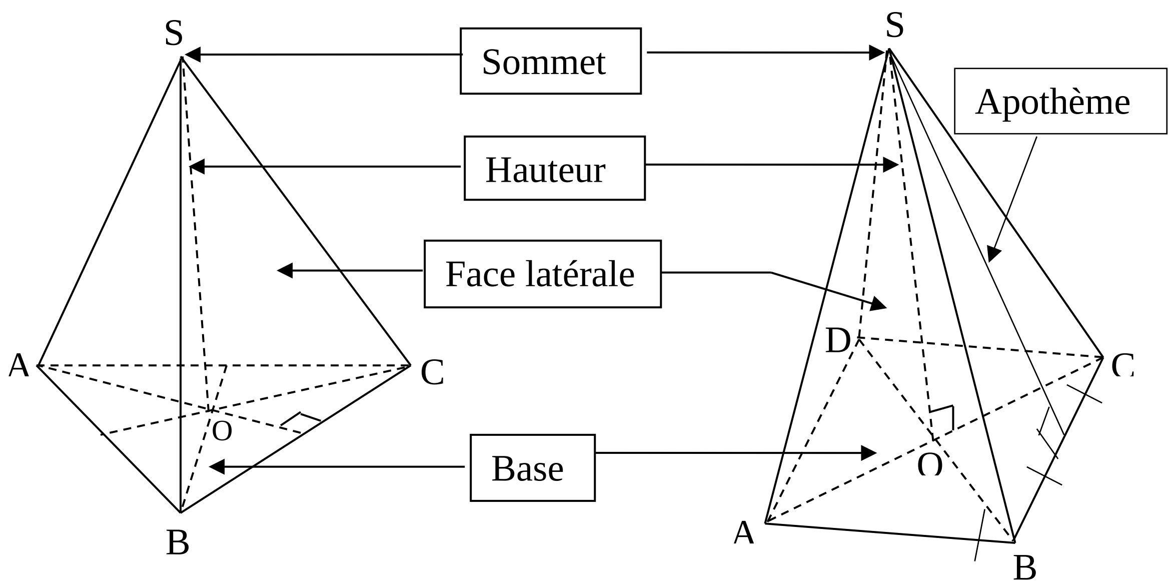


b) Propriétés
• Si une pyramide est régulière, alors sa hauteur passe par le sommet de la pyramide et le centre du cercle circonscrit à sa base.
• L'apothème d'une pyramide régulière est la hauteur d'une face latérale.

Remarques :
• Dans le cas de la pyramide à base carrée, le centre de la base correspond à l'intersection des diagonales.
• Pour une base en forme de triangle équilatéral, cela correspond à l'intersection des médianes.

c) Exemples des pyramides régulières

Les figures ci-dessous représentent deux pyramides régulières

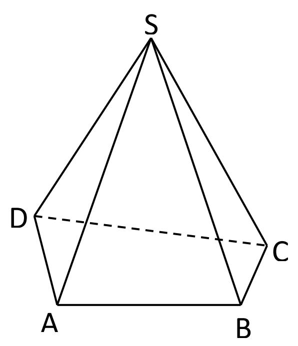
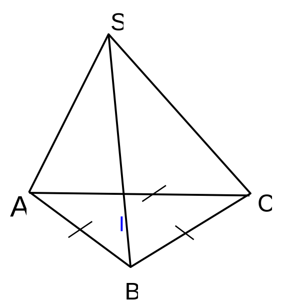
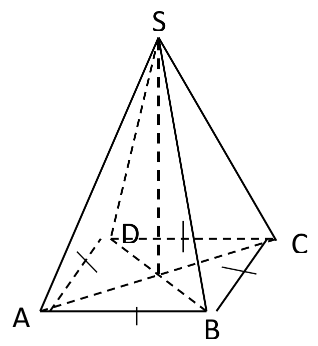


SABC est une pyramide régulière de base : le triangle équilatéral ABC.

SABCD est une pyramide régulière de base : le carré ABCD.

__Exercices de fixation__

__Exercice 1__
Parmi les figures ci-dessus, indique celles qui représentent des pyramides régulières.

 **Figure 1**	 **Figure 2**	SA=SB=SC=SD  **Figure 3**

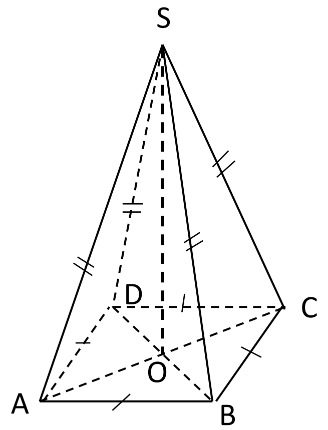
Corrigé
• La figure 1 ne représente pas une pyramide régulière car la base n'est pas un polygone régulier.
• La figure 2 ne représente pas une pyramide régulière bien que la base soit un triangle équilatéral, car on n'ignore si les faces latérales sont des triangles isocèles.
• La figure 3 représente une pyramide régulière, car sa base est un carré et ses faces latérales sont des triangles isocèles.

Exercice 2

La figure SABCD ci-contre est une pyramide régulière de base carrée.

Fais correspondre chaque désignation de la colonne 1 à la désignation correspondante de la colonne 2.

Colonne 1	Colonne 2
S	Face latérale
SAB	Hauteur
ABCD	Sommet
(SO)	Base



Corrigé

Colonne 1	Colonne 2
S	Face latérale
SAB	Hauteur
ABCD	Sommet
(SO)	Base

5. Aire latérale et volume d'une pyramide régulière

Propriétés

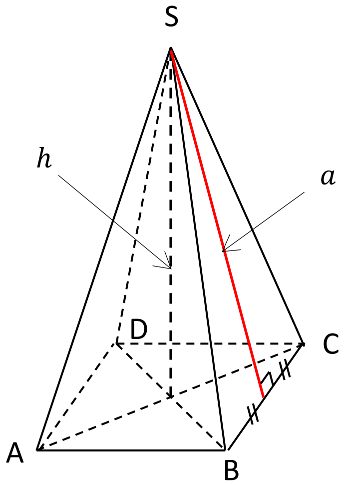
SABCD est une pyramide régulière de base un polygone régulier ABCD.

Aire latérale ($\mathcal{A}$)

$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$, où P est le périmètre de la base et a l'apothème (hauteur d'une face latérale).

Volume de la pyramide (V)

$V = \frac{B \times h}{3}$, où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur de la pyramide.



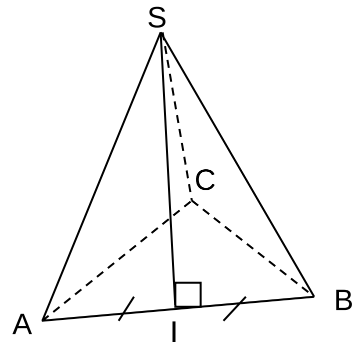
Remarque :

L'aire totale $\mathcal{A}_T$ d'une pyramide fermée à la base est égale à la somme de l'aire latérale $\mathcal{A}$ et de l'aire de la base $\mathcal{B}$ de cette pyramide. Soit $\mathcal{A}_T = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, SABC est une pyramide régulière de sommet principal S et de base le triangle équilatéral ABC. I est le milieu du segment [BC].
On donne : SB=9 cm, AB=6 cm et $SI = 6\sqrt{2}$ cm.
1) Que représente [SI] pour la pyramide ?
2) Calcule l'aire latérale de la pyramide SABC.

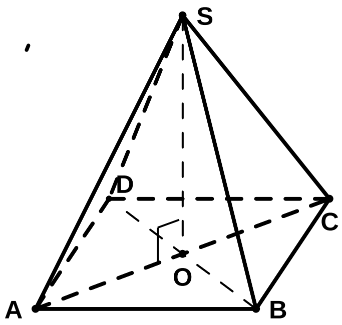


Corrigé
1) Le segment [SI] est un apothème de la pyramide SABC.
2) Calculons l'aire latérale.
On sait que : $\mathcal{A} = \frac{\mathrm{P} \times a}{2}$.
Or $P = 3 \times AB$ et $a = SI = 6\sqrt{2}$

$$\mathcal{A} = \frac{3 \times AB \times SI}{2} = \frac{3 \times 6 \times 6\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}\ cm^2$$

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de centre O.
On donne : $SO = 12\ et\ AB = 6$.
Calcule le volume V de la pyramide SABCD.



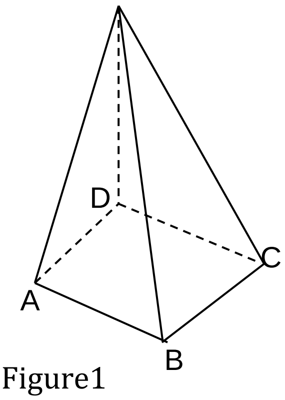
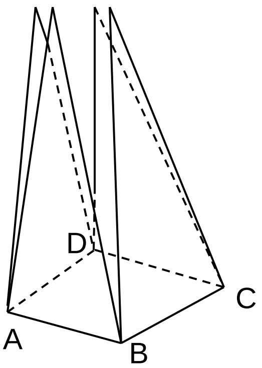
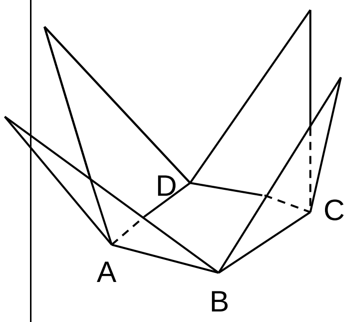
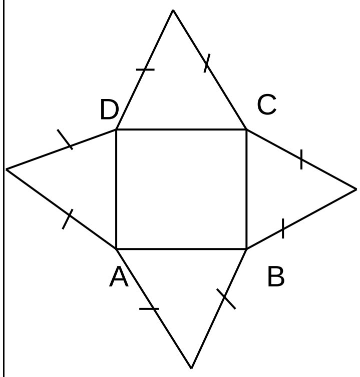
Corrigé
On sait que : $v = \frac{B \times h}{3}$
Calculons l'aire de la base
$B = c \times c = 6 \times 6 = 36\ cm^2$
La hauteur de la pyramide est SO.
On a h=SO=12 cm.
On obtient :
$v = \frac{36 \times 12}{3} = 144\ cm^3$.

6. Patron d'une pyramide régulière

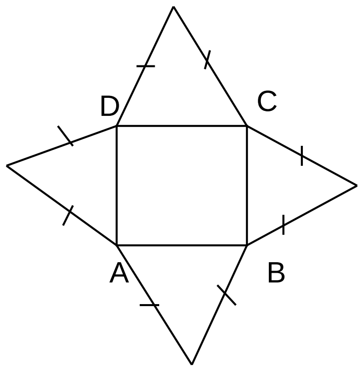
Définition
Un **patron** d'une pyramide est une surface plane, qui, par pliage, doit permettre de retrouver la pyramide.

<u>Exemple</u>

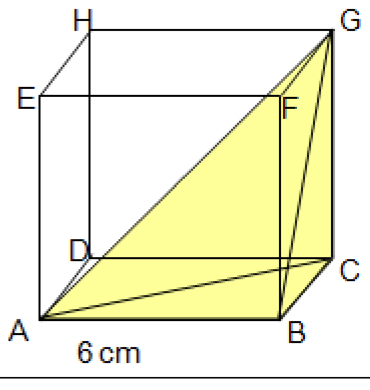
Les figures ci-dessous sont les étapes de dépaillage d'une pyramide régulière à base carrée pour obtenir un patron.

 Figure1	 Figure2	 Figure3	 Figure4

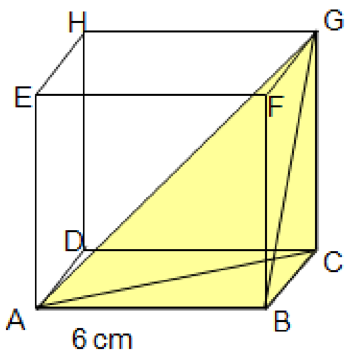
La figure 4 est un patron de la pyramide régulière à base carrée.



<u>Exemple de construction d'un patron de pyramide</u>

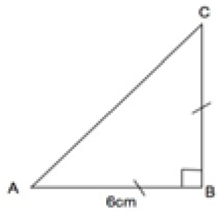
Construis le patron de la pyramide GABC inscrite dans le cube ABCDEFGH	

Corrigé



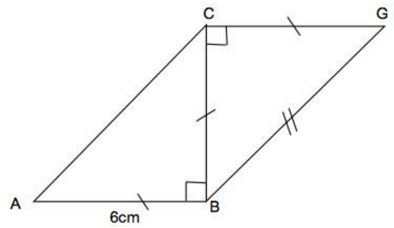
Etape 1

On commence par tracer par exemple la base de la pyramide qui est le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB=BC= 6 cm.



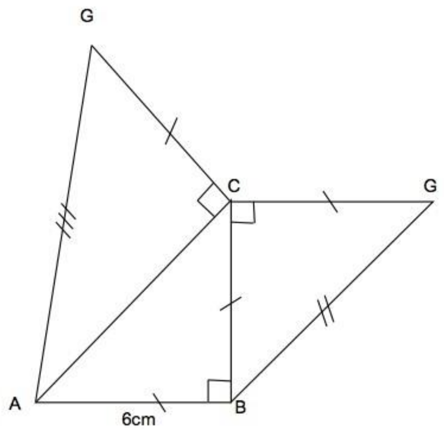
Etape 2

On trace ensuite la face de droite qui est le triangle BCG rectangle et Isocèle en C tel que CG= 6 cm



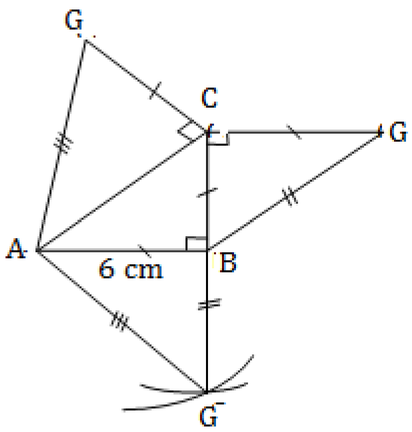
Etape 3

On trace ensuite la face arrière qui est le triangle ACG rectangle en C tel que CG = 6 cm



Etape 4

On finit en traçant la face de devant qui le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.



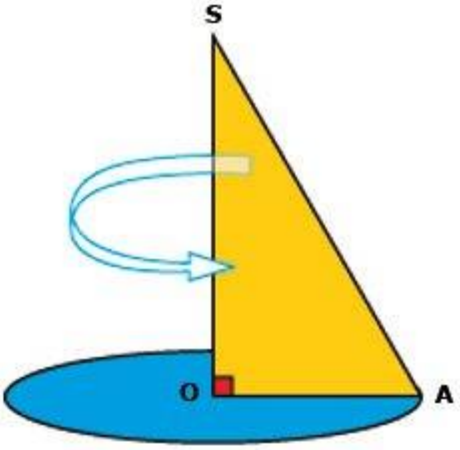
II. <u>CÔNE DE RÉVOLUTION</u>

Quelques images de cônes de révolution

Les parties supérieures de ces châteaux d'eau ont la forme d'un cône de révolution.

1. Présentation

Considérons un triangle SOA rectangle en O.

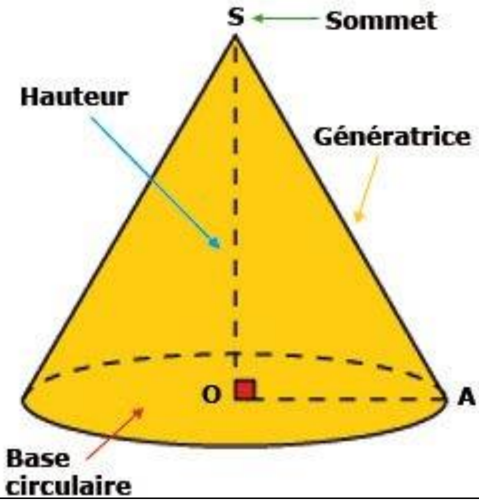


Faisons tourner le triangle SOA rectangle en O autour de la hauteur (SO).
On génère un **cône**. L'hypoténuse d'un tel triangle est appelé génératrice du cône.

Le solide représenté ci-contre est un cône de révolution dont le sommet est S, la base est le disque (D) de centre O et de rayon [OA].

- La droite (SO) est l'axe de révolution du cône.
- Le support du segment $[SO]$est la hauteur du cône.
- Le segment [SA] est une génératrice de ce cône.

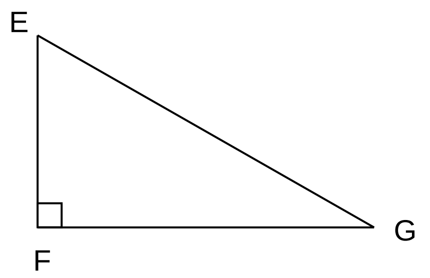
<u>Remarque</u>
L'apothème du cône est confondu à sa génératrice.



2. Hauteur d'un cône de révolution

<u>Définition</u> :
On appelle hauteur d'un cône, la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.
La distance du sommet au centre O du disque de base s'appelle aussi la hauteur du cône.

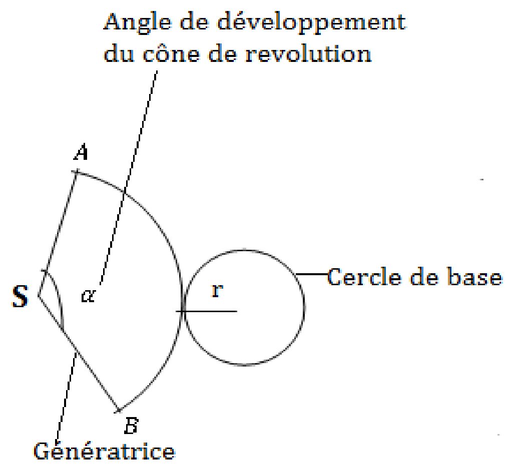
<u>Exercice de fixation</u>

On donne la figure codée ci-contre. Complète chacune des phrases suivantes à l'aide de l'une des expressions suivantes : **une génératrice** ; **la rotation** ; **le rayon de la base**; **la hauteur**.	

1) Un cône de révolution est engendré par ……………… du triangle EFG autour de la droite (FE).
2) Le segment $[FG]$ est ……………………………………du cône.
3) Le segment $[EG]$ est ……………………………………du cône.
4) La distance FE est ……………………………………du cône.

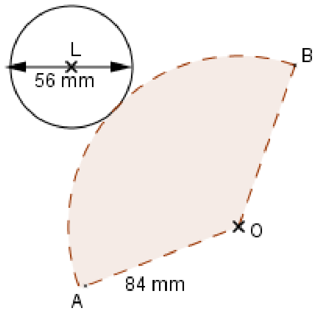
Corrigé
1) Un cône de révolution est engendré par **la rotation** du triangle EFG autour de la droite (FE).
2) Le segment $[FG]$ est **le rayon de la base** du cône.
3) Le segment $[EG]$ est **une génératrice** du cône.
4) La distance FE est **la hauteur** du cône.

3. Patron d'un cône de révolution
Définition

Définition Le patron d'un cône de révolution est composé d'un disque qui est la base du cône et d'un secteur angulaire, qui est la face latérale. L'angle du secteur angulaire α du patron est l'angle de développement du cône. $\boldsymbol{\alpha = 360° \times \frac{r}{g}}$, où r est le rayon du disque et g est la génératrice du cône. α est en degré.	

Exercice de fixation

La figure ci-cône est un patron d'un cône de révolution.



a) Nomme son sommet et le centre de sa base.
b) Indique le rayon de la base et la longueur des génératrices.

Corrigé

a) Le sommet de de la base est le point O et le centre de la base est le point L.
b) Le rayon de la base est 28 mm .
La longueur des génératrices est 84 mm.

Remarque

• La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est égale au périmètre du cercle de base.
• Le patron d'un cône est obtenu en traçant le cercle de base et la surface latérale.
Pour cela, il faut connaître la génératrice g, le rayon du disque r et l'angle de développement α.

Exercices de fixation

Exercice 1

Un secteur angulaire de mesure 130° et de rayon 3cm est la surface latérale d'un cône de révolution. On donne $\pi = 3{,}14$.
Calcule le périmètre de base P de ce cône.

Corrigé

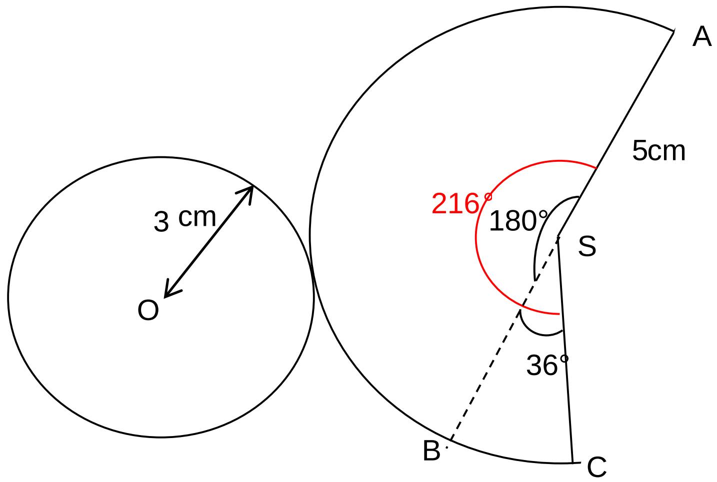
Pour connaître le périmètre il faut connaître le rayon r du disque de la base.
On sait que : $\alpha = 360 \times \frac{r}{g}$, on a : $r = \frac{g\times\alpha}{360}$.
$\mathrm{P} = 2\pi r = 2\pi \times \frac{g\times\alpha}{360} = \frac{\pi\times g\times\alpha}{180}$, où $g = 3$ et $\alpha = 130°$.
$\mathrm{P} = \frac{3{,}14\times 3\times 130°}{180°} = 6{,}80\ cm$.

Exercice 2

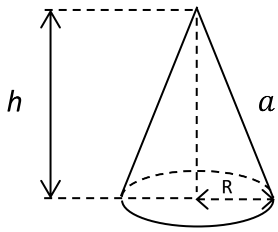
Réalise le patron d'un cône de révolution dont le diamètre du disque de base est 6 cm et la génératrice est 5 cm.

Corrigé

Calculons l'angle de développement.
$\alpha = 360° \times \frac{r}{g}$, où $r = 3$ et $g = 5$.
$\alpha = 360° \times \frac{3}{5} = 216°$.

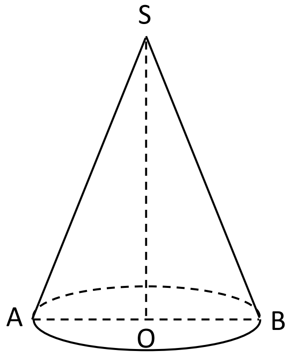


4. Formules de l'aire latérale et du volume d'un cône de révolution.

• **Aire latérale** ($\mathcal{A}$) $\mathcal{A} = \frac{\mathrm{P} \times a}{2}$ Où **P** désigne le périmètre de la base et ***a*** la génératrice ou l'apothème. • **Volume d'un cône de révolution** $\mathcal{V} = \frac{\mathrm{B} \times \mathrm{h}}{3}$ Où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur du cône.	

Remarque :
L'aire totale $\mathcal{A}_{\mathrm{T}}$ du cône est égale à la somme de l'aire latérale $\mathcal{A}$ et de l'aire $\mathcal{B}$ du disque de base.
Soit $\mathcal{A}_{\mathrm{T}} = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exercice de fixation

L'unité de longueur est le centimètre. La figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, représente un cône de révolution de sommet S, de hauteur SO et de base, le disque de diamètre AB. On donne : $AB = 10$, $SO = 12$ et SA=13. 1) Calcule l'aire latérale de ce cône. 2) Calcule le volume de ce cône.	

Corrigé

1) Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}$ du cône.

$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$

Calculons le périmètre de la base.

$P = 2\pi r = 2\pi \times 5 = 10\pi$ cm

L'apothème est SA

on a : $a = SA = 13\ cm$

On obtient :

$\mathcal{A} = \frac{10\pi \times 13}{2} = 65\pi\ cm^2$.

2) $V = \frac{B \times h}{3}$

Calculons l'aire de la base.

$B = \pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi\ cm^2$

La hauteur est SO.

$h = SO = 12$ cm.

On obtient :

$V = \frac{25 \times 12 \times \pi}{3} = 100\pi\ cm^3$.

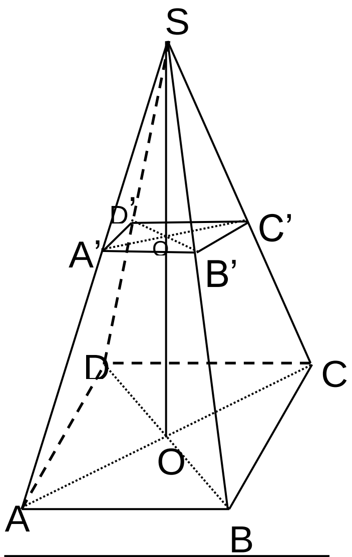
III. Sections planes

1. Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de la base

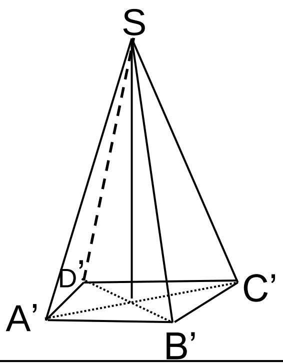
a) Présentation –vocabulaire

• Sur la figure ci-dessous SABCD est une pyramide régulière à base carrée. A' est un point du segment [SA]. Le plan (P) passant par A' et parallèle au plan (ABC) de la base coupe (SB) en B', (SC) en C' et (SD) en D'.

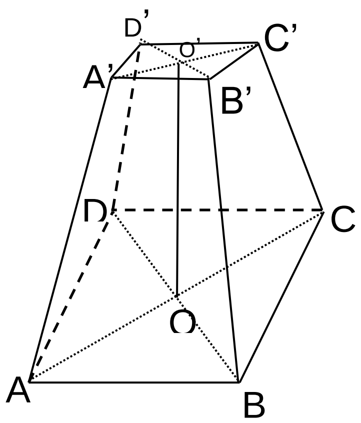
• L'intersection de cette pyramide et du plan (P) est un carré. C'est la section de la pyramide SABCD par le plan (P). On obtient alors une petite pyramide SA'B'C'D' et un tronc de pyramide ABCDA'B'C'D'.



Grande pyramide



Petite pyramide



Tronc de pyramide

b) Propriété

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que cette base. Les supports des côtés de ces deux polygones sont parallèles deux à deux.

c) Propriété de réduction
Lorsqu'on coupe une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de cette pyramide.
Si l'échelle de réduction est égale au nombre k alors :

- $\dfrac{La\ longueur\ d'un\ segment\ de\ la\ pyramide\ réduite}{La\ longueur\ d'un\ segment\ correspondant\ de\ la\ pyramide} = k.$

- $\dfrac{Aire\ de\ la\ pyramide\ réduite}{Aire\ \ de\ la\ pyramide} = k^2.$

- $\dfrac{Volume\ de\ la\ pyramide\ réduite}{Volume\ \ de\ la\ pyramide} = k^3.$

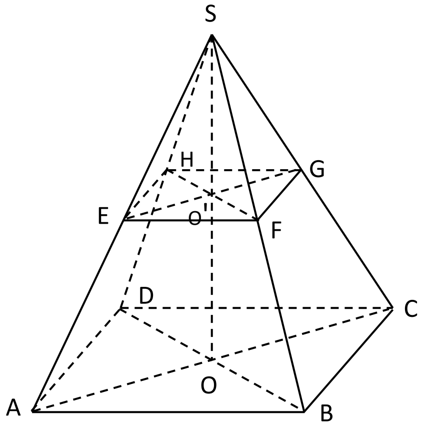
<u>**Exercices de fixation**</u>

<u>**Exercice 1**</u>
Recopie et complète les phrases ci-dessous avec les groupes de mots suivants :
les volumes, les longueurs, les aires.
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k
a) ……………. sont multipliées par k
b) ……………. sont multipliées par k^2
c) …………….. sont multipliés par k^3

Corrigé
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k
a) **les longueurs** sont multipliées par k
b) **les aires** sont multipliées par k^2
c) **les volumes** sont multipliés par k^3

<u>**Exercice 2**</u>

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide régulière de base, le carré ABCD, de sommet S et de hauteur SO. On donne : AB = $6\sqrt{2}$ et SO = 8.
1) Justifie que le volume de la pyramide est 192 cm^3
2) On réalise une section parallèle au plan de la base au point E telle que $SE = \frac{3}{4}SA$.
a) Justifie que $EF = \frac{9}{2}\sqrt{2}$.
b) Calcule l'aire du carré EFGH.
c) Calcule le volume du petit cône SEFGH.



Corrigé

1) $V = \frac{B \times h}{3}$

$V = \frac{(6\sqrt{2})^2 \times 8}{3}\ cm^3$

$= \frac{36 \times 2 \times 8}{3}\ cm^3$

$= 12 \times 16\ cm^3$

$= 192\ cm^3$

2) a) L'égalité $SE = \frac{3}{4}SA$ implique $\frac{SE}{SA} = \frac{3}{4}$.

Donc le coefficient de réduction est $\frac{3}{4}$.

Ainsi $\frac{EF}{AB} = \frac{3}{4}$. D'où $EF = \frac{3}{4}AB$

$= \frac{3}{4} \times 6\sqrt{2}$ cm

$= \frac{9}{2} \times \sqrt{2}$ cm

b) Calcule l'aire $\mathcal{A}$ du carré EFGH.

On a : $\mathcal{A}$=EF×EF

$\mathcal{A} = (\frac{9}{2} \times \sqrt{2})^2$ cm².

$= \frac{81}{4} \times 2\ cm^2$

$= \frac{81}{2}\ cm^2$

$= 40{,}5\ cm^2$.

c) Calcule le volume du petit cône SEFGH

Soit V le volume du grand cône et V' le volume du petit cône

On a $\frac{V'}{V} = (\frac{3}{4})^3$

Donc $V' = (\frac{3}{4})^3 \times V$

$V' = (\frac{3}{4})^3 \times 192 cm^3$

$V' = \frac{27}{64} \times 192 cm^3$

$V' = \frac{27 \times 192}{64}\ cm^3$

$V' = 81\ cm^3$

Le volume du petit cône est 81 cm^3.

2. Section d'un cône de révolution par un plan parallèle au plan de la base

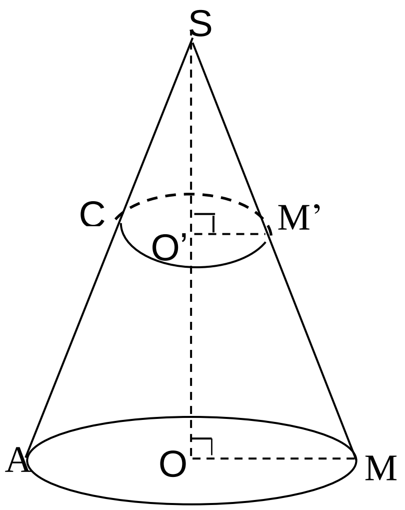
a) Présentation –vocabulaire

On considère un cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre O et de diamètre [AB].

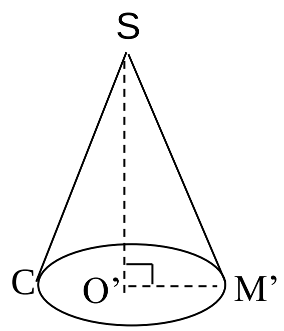
• C est un point de la génératrice [SA]. Le plan (P) passant par C et parallèle au plan de la base du cône coupe la génératrice [SM] en M'.

• L'intersection du cône et du plan (P) est un disque. C'est la section du cône par le plan (P).

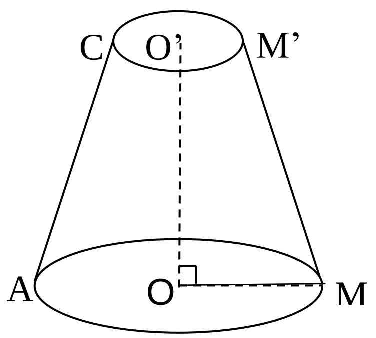
On obtient un petit cône de sommet S, de base le disque de centre O' et un tronc de cône.



Grand cône



Petit cône



Tronc de cône

b) Propriété

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque.

c) Propriété de réduction

Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de ce cône.

Si l'échelle de réduction est égale au nombre k alors :

- $\frac{La\ longueur\ d'un\ segment\ du\ cône\ réduit}{La\ longueur\ d'un\ segment\ correspondant\ du\ cône} = k$

- $\frac{Aire\ du\ cône\ réduit}{Aire\ \ du\ cône} = \ k^2$

- $\frac{Volume\ du\ cône\ réduit}{Volume\ \ du\ cône} = \ k^3$

__**Exercices de fixation**__

__**Exercice 1**__

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes :

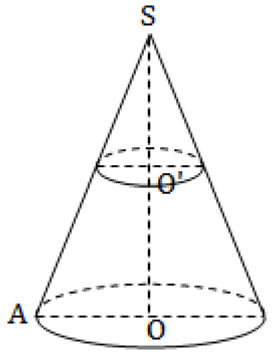
Affirmations	**Réponses**
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un rectangle.	
Si on réduit un cône de révolution en multipliant les longueurs par $\frac{2}{3}$ alors son volume est multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.	
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque.	

Corrigé

Affirmations	**Réponses**
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un rectangle.	Faux
Si on réduit un cône de révolution en multipliant les longueurs par $\frac{2}{3}$ alors son volume est multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.	vrai
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque.	Vrai

__**Exercice 2**__

On considère un cône de révolution de sommet S et de base, le disque de centre O. On donne :
$OA = 3\ cm; SO = 10\ cm$
1) Justifie que le volume V du cône est $30\pi\ cm^3$
2) On coupe le cône par un plan parallèle au plan de la base. Ce plan passe par le point O' du segment [SO] tel que : $SO' = \frac{2}{3}SO$
Calcule le volume V' du petit cône.



Corrigé

1) On sait que: $V = \frac{B \times h}{3}$

$= \frac{\pi r^2 \times SO}{3}$

$= \frac{9 \times 10}{3} \pi\ cm^3$

$= 30\pi\ cm^3$

$V = 30\pi\ cm^3$.

2) Calculons le volume V' du cône réduit :

On a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{2}{3} = k$

On a

On a $\frac{V'}{V} = (\frac{2}{3})^3$

Donc V' = $(\frac{2}{3})^3 \times$V

V' = $(\frac{2}{3})^3 \times 30\pi\ cm^3$

V' = $\frac{8}{27} \times 30\pi\ cm^3$

V' = $\frac{8 \times 10\pi}{9} cm^3$

V' = $\frac{80\pi}{9} cm^3$.

3) Tronc d'une pyramide ou d'un cône de révolution

Propriété.

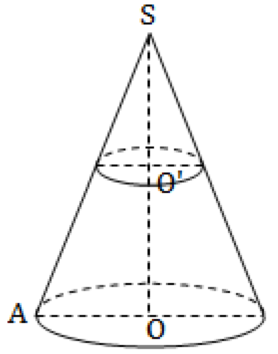
Si A_G désigne l'aire latérale de la grande pyramide (ou du grand cône) et A_P désigne l'aire latérale de la pyramide réduite (ou du cône réduit).

L'aire A_T du tronc est : $A_T = A_G - A_P$.

Si V_G désigne le volume de la grande pyramide (ou du grand cône) et V_P désigne le volume de la pyramide réduite (ou du cône réduit).

Le volume V_T du tronc est : $V_T = V_G - V_P$.

<u>**Exercice de fixation**</u>

<table>
<tr>
<td>On considère les résultats de l'exercice précédent :
Le volume du grand cône est : $V_G = 30\pi\ cm^3$ et le volume du petit cône $V_P = \frac{80\pi}{9} cm^3$.
Calcule le volume V_T du tronc de ce cône.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Solution

On a :

$V_T = V_G$ - V_P

$V_T = 30\pi\ cm^3 - \frac{80\pi}{9} cm^3$

$V_T = (\frac{270\pi}{9} - \frac{80\pi}{9}) cm^3$

$V_T = \frac{(270-80)\pi}{9}\ cm^3$

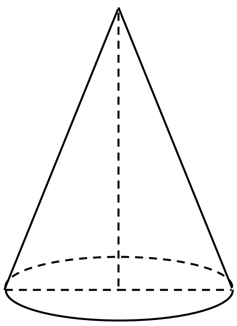
$V_T = \frac{190\pi}{9}\ cm^3$.

C. SITUATION D'EVALUATION

Avant les examens du BEPC, les élèves d'une classe de 3ème de ton école veulent organiser leur fête de promotion. Ils décident alors de commander une tente de 3 mètres de diamètre et de hauteur 3 mètres qui servira de loge au parrain le jour de la manifestation. Une commission de proposition du patron de ce cône est mise en place et tu en fais partie. Par ailleurs, le comité dispose d'un don de bâche de 40 mètres carrés pour la confection de la tente. Le comité veut savoir si la bâche disponible suffira pour recouvrir la tente.

1) Construis le patron du cône sur une feuille avec la reproduction réelle. (On prendra : 1cm pour 1mètre)

2) Dis si le comité d'organisation dispose de suffisamment de bâche pour la commande de sa tente. Justifie ta réponse.



Corrigé

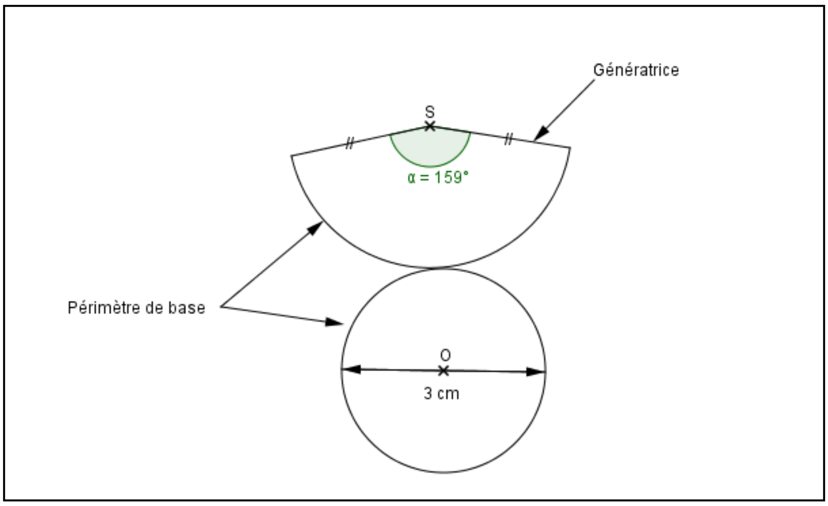
1) On a :

- Le périmètre de base est : $P = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 1{,}5 = 9{,}4\ m$.

- La génératrice g est telle que : $g^2 = h^2 + r^2 = 3^2 + 1{,}5^2 = 11{,}25$,donc $g = 3{,}4\,m$.

- L'angle de développement $\alpha = 360 \times \frac{r}{g} = 360 \times \frac{1{,}5}{3{,}4} = 159°$.

On obtient le patron suivant :



2) L'aire latérale du cône est $A_l = \frac{P \times g}{2} = \frac{9{,}4 \times 3{,}4}{2} = 30{,}08\ m^2$.

L'aire de la base est $B = \pi \times r^2 = \pi \times 1{,}5^2 = 7{,}1\ m^2$.

Donc l'aire totale est $A = 30{,}08 + 7{,}1 = 37{,}18\ m^2$.

Comme $37{,}18\ m^2 < 40\ m^2$, alors le comité d'organisation dispose de suffisamment de bâche pour la commande de sa tente.

D. EXERCICES

D-1 Exercices de fixation

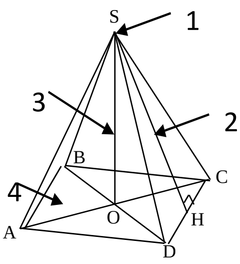
<u>Exercice</u> 1

Réponds par Vrai si l'affirmation est juste ou par faux si elle fausse:

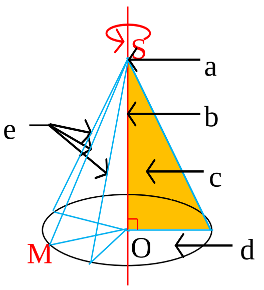
	Affirmations	Réponses
1	On appelle hauteur du cône de révolution, le segment de support perpendiculaire à la base issu du sommet	
2	La base d'un cône est un cercle	
3	Le rayon d'un cône de révolution est le rayon de la base	
4	Le volume d'un cône de révolution s'obtient en multipliant l'aire de la base par la hauteur	
5	Lorsque la base d'une pyramide est un carré ou un triangle équilatéral, la pyramide est appelée pyramide régulière	

Exercice 2

Complète les numéros des flèches par : apothème, génératrice, sommet, hauteur, surface latérale, base.



Pyramide régulière



Cône de révolution

Exercice 3

Complète le tableau suivant qui concerne des pyramides régulières à base carrée, de coté c, de hauteur h, d'aire de base B et de volume V.

h	12 cm	……cm	0,6 m	………dm
c	50cm	……cm	……dm	1,7 dam
B	…….dm^2	144 cm^2	……..dm^2	…..m^2
V	……dm3	0,624 dm3	242 dm3	433,5 cm3

Exercice 4

Réalise le patron d'un cône de révolution ayant pour diamètre de base 12 cm et pour apothème de longueur 18 cm.

Exercice 5

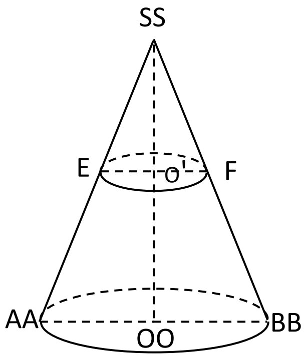
Le volume d'une pyramide régulière à base carrée est 25 dm3 et le coté du carré est 25 cm. Calcule la hauteur de la pyramide.

D-2 Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 6

L'unité de longueur est le centimètre.
La base d'un cône de sommet S est un disque de diamètre [AB] et $E \in [SA]$.
Le plan parallèle à la base et contenant E coupe (SB) en F.
On donne : $SA = 13$; $AB = 10$ et $SE = 9$.

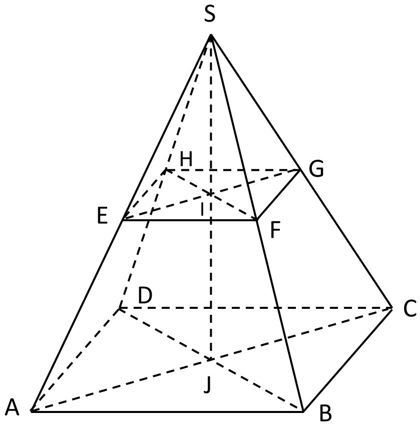
1- Justifie que $SO = 12$.
2- Calcule l'aire latérale du grand cône.
3- Justifie que le coefficient de réduction $k = \frac{9}{13}$
4- Calcule l'aire latérale du petit cône.
5- Calcule l'aire latérale du tronc de cône.
6- Justifie que $SO' = \frac{108}{13}$ et $EO' = \frac{45}{13}$
7- Calcule le volume du tronc de cône.



Exercice 7

SABCD est une pyramide régulière à base carrée.
Le plan parallèle à la base qui passe par le milieu E de [SA] coupe les arêtes [SB] ; [SC] et [SD] respectivement en F ; G et H.
On donne $AB = 12$ cm et $SJ = 18$ cm.

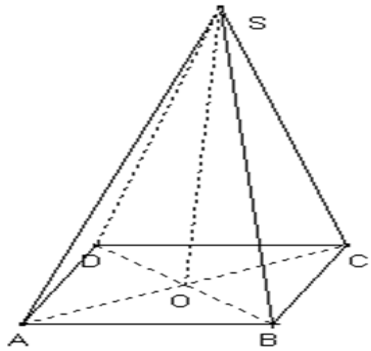
1) Justifie que $EF = 6$ cm.
2) Calcule le volume Vg de la pyramide SABCD.
3) Justifie que le coefficient de réduction $k = \frac{1}{2}$
4) Déduis-en le volume Vp de la pyramide SEFGH.



D-3 Exercices d'approfondissement

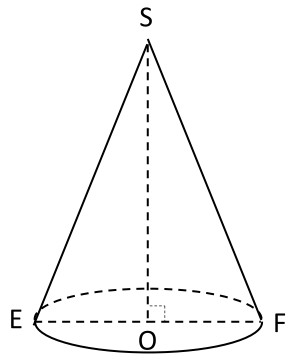
Exercice 8

L'unité est le centimètre.
SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base, le carré ABCD de centre O.
On donne $AS = 9$; $AB = 6$ et $AC = 6\sqrt{2}$
Justifie que le triangle SAO est rectangle en O.
Démontre que $SO = 3\sqrt{7}$.
Calcule le volume de cette pyramide.



Exercice 9

L'unité de longueur est le centimètre. SEF est un cône de révolution de hauteur [SO] et de base, le disque de diamètre [EF].
On donne : $SE = 7$; son aire latérale $A = 43{,}4\ cm^2$ et $\pi \approx 3{,}1$
1) Calcule le rayon R de sa base.
2) Calcule sa hauteur SO.
3) Calcule le volume V de ce cône.



Exercice 10

L'unité est le centimètre.
ABCDEFGH est un cube dont l'arête mesure 3 cm.
K est le milieu du segment [BF].
1) Justifie que le triangle ABD est rectangle et isocèle.
2) Justifie que $DB = 3\sqrt{2}$.
3) Calcule FD.
4) Construis en vraie grandeur le triangle FBD rectangle en B.
5) I est le centre du carré ABCD.
Justifie que I est le milieu de [BD].
6) a) Justifie que dans le triangle FDB, (KI) et (FD) sont parallèles.
b) Calcule KI.
7) Calcule le volume V de la pyramide KABCD.