3ème
Mathématiques

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Code :

Thème : CALCULS ALGEBRIQUES

Leçon 5 : CALCUL NUMERIQUE Durée : 10h

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans une grande ville de la Côte d'Ivoire, un commerçant souhaite acheter un terrain dont l'aire est comprise entre 230 m² et 300 m² pour y construire un magasin.

A cet effet, il contacte un propriétaire terrien. Celui-ci possède un terrain dont il ne retrouve pas l'extrait topographique. Cependant, il se rappelle que la longueur de son terrain est comprise entre 17 m et 18 m et la largeur entre 14 m et 15 m.

Pour savoir si son terrain répond aux critères du commerçant, il s'adresse à sa fille qui est en classe de troisième dans un collège de la ville.

Arrivée en classe, la fille du commerçant soumet à ses camarades la préoccupation de son père. Intéressés, tous les élèves décident d'effectuer des recherches sur les intervalles, la comparaison des nombres réels et les encadrements.

B. CONTENU DE LA LECON

I - INTERVALLES

1. Nouvelles Inégalités

Soit a et b deux nombres réels.

Ecriture	Lecture	Signification
$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b	$a \geq b$ équivaut à $a = b$ *ou* $a > b$
$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b	$a \leq b$ équivaut à $a = b$ *ou* $a < b$

Exercice de fixation

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes.

a) $0{,}2 \geq \frac{2}{10}$ b) $4{,}1 > 2{,}53$ c) $7{,}4 < -119$
d) $8 \leq 8$ e) $0{,}065 \geq 0{,}09$ f) $81 < 81$.

Corrigé

a) V b) V c) F d) V e) F f) F

2. Vocabulaire et représentation

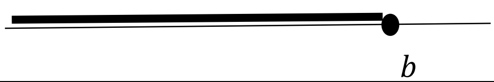
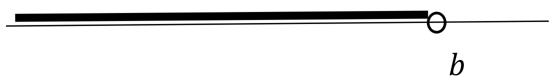
a et b deux nombres réels tel que : $a < b$.

- Les nombres a et b sont les **bornes** de chacun des intervalles suivants :

  [a ; b] ; [a ; b [;] a ;b] et] a ;b [.
- La distance $|a - b|$ des nombres a et b est appelée **l'amplitude de ces intervalles**.
- À tout élément x de chacun de ces intervalles, on peut associer respectivement l'encadrement :

  $a \leq x \leq b$; $a \leq x < b$; $a < x \leq b$; $a < x < b$.
- $|a - b|$ est aussi **l'amplitude de ces encadrements**.
- Le nombre $\frac{a+b}{2}$ est le centre de ces intervalles.

Tableau récapitulatif

Ecriture	**Lecture**	**Ensemble des x tels que :**	**Représentation graphique**
$]a;b[$	Intervalle ouvert a, b	$a < x < b$	
$]a;b]$	Intervalle a, b ouvert en a, fermé en b	$a < x \leq b$	
$[a;b[$	Intervalle a, b, fermé en a, ouvert en b	$a \leq x < b$	
$[a;b]$	Intervalle fermé a, b	$a \leq x \leq b$	
$[a;\rightarrow[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à $\boldsymbol{a}$	$x \geq a$	
$]a;\rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands que $\boldsymbol{a}$	$x > a$	
$]\leftarrow;b]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à b	$x \leq b$	
$]\leftarrow;b[$	Intervalle des nombres plus petits que b	$x < b$	

<u>Exercice de fixation</u>

Dans le tableau ci-dessous, complète les cases vides.

Ecriture	Lecture	Ensemble des x tels que :	Représentation graphique
[-3 ; 4]			
	Intervalle -7 ; 0 fermé en -7, ouvert en 0		
		$2 < x \leq 4,5$	
			-1 9
	Intervalle des nombres plus petits que 5		
]← ; -2]			
		x > 7	
			-4

Corrigé

Ecriture	Lecture	Ensemble des x tels que :	Représentation
[-3; 4]	**Intervalle** fermé -3 ; 4.	$-3 \leq x \leq 4$	-3 4
[-7 ; 0 [	**Intervalle** -7 ; 0 fermé en -7, ouvert en 0	$-7 \leq x < 0$	-7 0
]2; 4,5]	**intervalle** ouvert 2, fermé 4,5	$2 < x \leq 4,5$	2 4,5
]-1;9 [	**intervalle** ouvert -1 ; 9	$-1 < x < 9$	-1 9
]← ; 5 [	**Intervalle** des nombres plus petits que 5	$x < 5$	5
]← ; -2]	**Intervalle** des nombres inférieurs ou égaux à -2.	$x \leq -2$	-2
]7 ;→[	**intervalle** des nombres plus grands que 7	$x > 7$	7
[-4;→[	**intervalle** des nombres supérieurs ou égaux à -4	$x \geq -4$	-4

Exercices de fixation

Exercice 1

1. Représente sur une droite graduée les intervalles suivants : $]-3;2]$; $[-1;4]$; $]5;\rightarrow[$; $]\leftarrow;3]$.
2. Détermine le centre et l'amplitude de l'intervalle] -3 ; 2].

Exercice 2

Ecris sous forme d'intervalles chacun des ensembles définis ci-dessous :
$x \leq -1$; $x > 2{,}3$; $-1 < x \leq 6$.

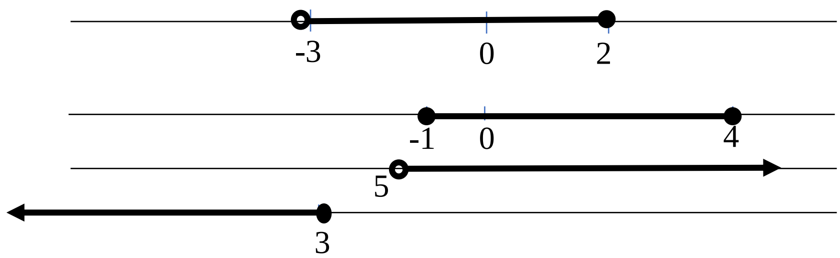
Exercice 3

Traduis à l'aide d'inégalités : $x \in]0;7]$; $x \in]\leftarrow;3[$; $x \in [-2;\rightarrow[$.

Corrigé

Exercice 1

1.



2. Le centre de $]-3;2]$ est : $\frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$; l'amplitude de] -3 ; 2] est : $|-3-2| = |-5| = 5$.

Exercice 2

$x \leq -1$ équivaut à $x \in]\leftarrow;-1]$;
$x > 2{,}3$ équivaut à $x \in]2{,}3;\rightarrow[$;
$-1 < x \leq 6$ équivaut à $x \in]-1;6]$.

Exercice 3

$x \in]0;7]$ équivaut à $0 < x \leq 7$;
$x \in]\leftarrow;3[$ équivaut à $x < 3$.
$x \in [-2;\rightarrow[$ équivaut à $x \geq -2$.

3. Réunion et intersection d'intervalles

a. Réunion et intersection d'ensembles

Définitions

Soit A et B deux ensembles.

- L'intersection des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartement à la fois à A et à B.

  On la note : $\boldsymbol{A \cap B}$.
  On lit : **A inter B .**
  $x \in A \cap B$ équivaut à $x \in A \; et \; x \in B$.

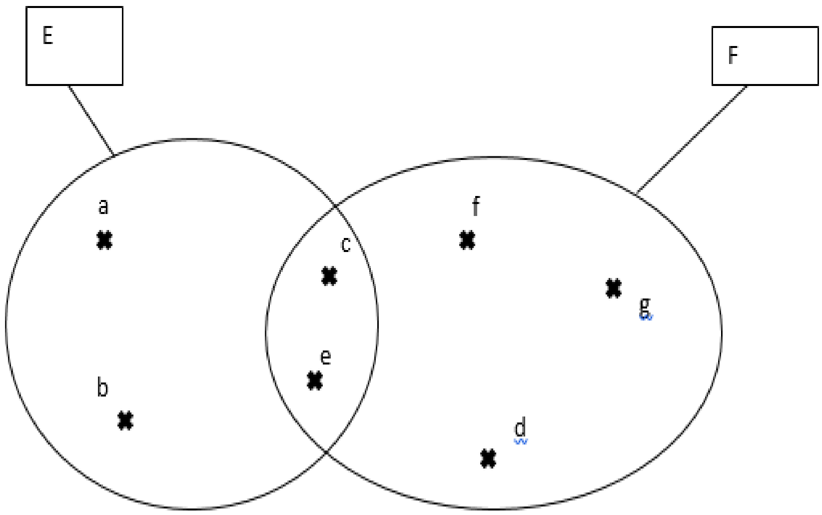
- La réunion des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B.

  On la note : $\boldsymbol{A \cup B}$ **.**

On lit: **A Union B.**

$x \in A \cup B$ équivaut à $x \in A$ ou $x \in B$.

Exemple



$E \cup F = \{a; b; c; d; e; f; g\}$.

$E \cap F = \{c; e\}$.

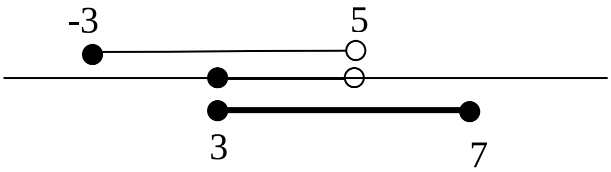
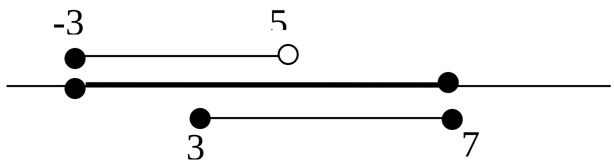
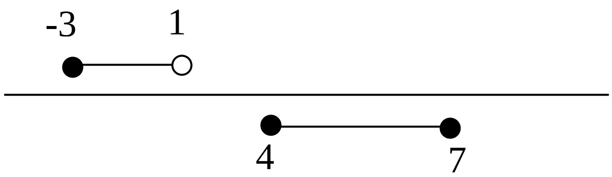
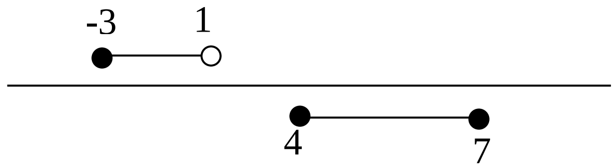
b. Réunion et intersection d'intervalles

Exemples

Dans chacun des cas suivants, représentons sur une même droite les intervalles : A , B , $A \cup B$ et $A \cap B$.

a) $A = [-3\,;\ 5[$ et $B = [3\,;7]$.
b) $A = [-3\,;\ 1[$ et B $= [4\,;7]$.

Intersection	Réunion
a)	

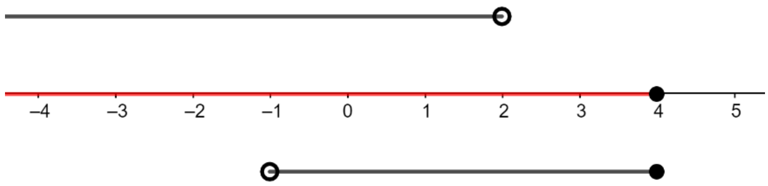
 [-3 ; 5[∩ [3 ; 7] = [3 ; 5[	 [-3; 5[U [3 ; 7] = [-3 ; 7]
b)	
 Les intervalles [-3 ; 1[et [4; 7] n’ont pas d’éléments communs, on dit qu’ils sont **disjoints**. On écrit : [-3 ; 1[∩ [4 ; 7] = Ø (ensemble vide)	 La réunion des intervalles [-3 ; 1[et [4; 7] n’est pas un intervalle.

Exercice de fixation

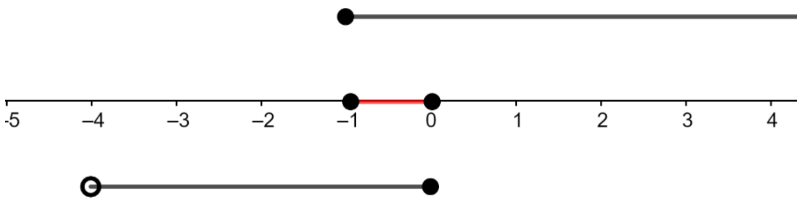
Représente sur une droite graduée et écris plus simplement :

]← ;2 [U] -1 ;4] ; [-1 ; →[∩] -4; 0] ;]-3 ; 2] U] 2 ; 5 [;]-2;2] ∩ [3 ; 6] .

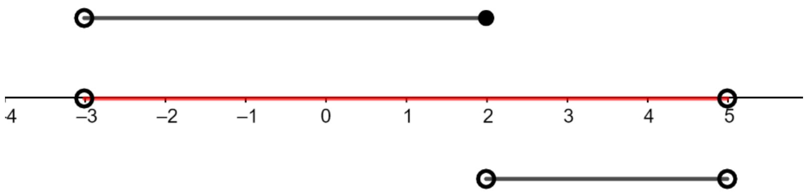
Corrigé



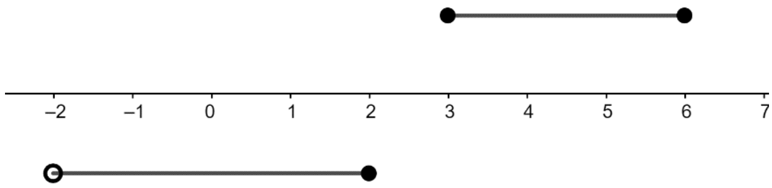
]← ; 2 [U] -1 ; 4]=]← ; 4]



[-1 ; →[∩] -4; 0]= [-1; 0]



]-3 ; 2] U] 2 ; 5 [=]-3; 5 [



]-2;2] ∩ [3 ; 6]=∅

II – COMPARAISON DE NOMBRES REELS
1. Rappels

Soient $a, b\ et\ c$ trois nombres réels.

- $Si\ c > 0\ et\ \ a < b\ , alors\ \ ac < bc$.
- $Si\ c < 0\ et\ \ a < b,\ alors\ ac > bc$.
- $Si\ a < b\ ,\ alors\ \ a + c < b + c$.

2. Inégalités et opérations

a. Inégalités et addition

Propriété
Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.
$a, b, c\ et\ d$ étant des nombres réels,

- $si\ a \leq b\ et\ c \leq d\ , alors\ a + c \leq b + d$.
- $si\ a < b\ et\ c < d\ , alors\ a + c < b + d$.

Exercice de fixation

a et b sont des nombres réels tels que : $1{,}5 < a < 1{,}6$ et $2{,}2 < b < 2{,}3$.

Encadre $a + b$ par deux nombres décimaux.

Corrigé

On a :$1{,}5 < a < 1{,}6$ et $2{,}3 < b < 2{,}4$.

Donc : $1{,}5 + 2{,}2 < a + b < 1{,}6 + 2{,}3$.

Donc : $1{,}7 < a + b < 3{,}9$.

b. Inégalités et multiplication

Propriété

Lorsqu'on multiplie membre à membre des inégalités de même sens entre **nombre positifs,** on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

$a, b\ c\ et\ d$ étant des nombres réels.

- $si\ a < b\ et\ c < d\ , alors\ ac < bd.$
- $si\ a \leq b\ et\ c \leq d\ , alors\ ac \leq bd$.

Exercice de fixation

a et b sont des nombres réels tels que : $1{,}5 < a < 1{,}6$ et $2{,}2 < b < 2{,}3$.

Encadre ab par deux nombres décimaux d'ordre 2.

Corrigé

On a : $1{,}5 < a < 1{,}6$ et $2{,}2 < b < 2{,}3$.

Donc : $1{,}5 \times 2{,}2 < ab < 1{,}6 \times 2{,}3$.

Donc : $3{,}30 < ab < 3{,}68$.

3. Comparaison de carrés et de racines carrées

a) Comparaison des carrés

Propriété

♦ **Nombres positifs**

Propriété

Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

a et b sont des nombres réels positifs.

- $a < b$ équivaut à $a^2 < b^2$
- $a \leq b$ équivaut à $a^2 \leq b^2$

♦**Nombres négatifs**

Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.

a et b sont des nombres réels négatifs.

- $a < b$ équivaut à $a^2 > b^2$
- $a \leq b$ équivaut à $a^2 \geq b^2$

Exercice de fixation

1. Compare $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$.
2. Compare -9 et $-4\sqrt{5}$.

Corrigé

1. $(2\sqrt{3})^2 = 12$ et $(3\sqrt{2})^2 = 18$.

On a : $12 < 18$

$(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$

Donc : $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

2. $(-9)^2 = 81$ et $\left(-4\sqrt{5}\right)^2 = 16 \times 5 = 80$.

On a : $81 > 80$.

$$(-9)^2 > \left(-4\sqrt{5}\right)^2$$

Donc : $-9 < -4\sqrt{5}$.

b) Comparaison de racines carrées

Propriété

Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.

a et b sont des nombres réels positifs.

$a < b$ équivaut à $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

$a \leq b$ équivaut à $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

Exercice de fixation

Compare $\sqrt{7}$ et $\sqrt{11}$.

Corrigé

On a : $7<11$.

Donc : $\sqrt{7} < \sqrt{11}$.

4. Comparaison et inverse

Propriété

Deux nombres réels de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

a et b sont deux nombres de même signe et différents de 0.

- $a < b$ équivaut à $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
- $a \leq b$ équivaut à $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

Exercice de fixation

Compare $\frac{1}{\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Corrigé

On a : $7 > 5$.

D'où : $\sqrt{7} > \sqrt{5}$.

Donc : $\frac{1}{\sqrt{7}} < \frac{1}{\sqrt{5}}$

<u>**Remarque**</u>

Pour comparer des nombres réels, on peut :

- Comparer leurs carrés ou leurs racines carrées.
- Comparer leurs inverses.
- Etudier le signe de leur différence.

III. ENCADREMENT

1. Encadrement d'une somme

Exemple

On donne : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$.

Encadrons $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.

On a : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

$2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

Donc : $1,41+2,23 < \sqrt{2}+\sqrt{5} < 1,42+2,24$

$3,64 < \sqrt{2}+\sqrt{5} < 3,66$.

Donc : $3,6 < \sqrt{2}+\sqrt{5} < 3,7$.

2. Encadrement d'une différence

Méthode

Pour encadrer la différence $\boldsymbol{a-b}$, connaissant un encadrement de $\boldsymbol{a}$ et de $\boldsymbol{b}$, on peut procéder comme suit :

- on utilise l'égalité : $\boldsymbol{a-b=a+(-b)}$.
- on détermine un encadrement de $(-\boldsymbol{b})$ de même sens que celui de $\boldsymbol{a}$.
- on détermine un encadrement de la somme de $\boldsymbol{a+(-b)}$.

Exemple

On donne : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.

Encadrons $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

On a : $\sqrt{3}-\sqrt{2} = \sqrt{3}+\left(-\sqrt{2}\right)$.

- J'encadre d'abord $\left(-\sqrt{2}\right)$.

  On a : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

  Donc : $-1,41 > -\sqrt{2} > -1,42$

  $-1,42 < -\sqrt{2} < -1,41$

- J'encadre ensuite $\sqrt{3}-\sqrt{2} = \sqrt{3}+\left(-\sqrt{2}\right)$

  On a : $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

  $-1,42 < -\sqrt{2} < -1,41$

  Donc : $1,73+(-1,42) < \sqrt{3}+\left(-\sqrt{2}\right) < 1,74+(-1,41)$

  $1,73-1,42 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 1,74-1,41$

  $0,31 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0,33$

  $0,3 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0,4$.

3. Encadrement d'un produit

Exemple

On donne : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $3,14 < \pi < 3,15$.

Encadrons : $\pi\sqrt{2}$ par deux nombres **décimaux d'ordre 2.**

On a $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

$3,14 < \pi < 3,15$

Donc : $1,41 \times 3,14 < \pi\sqrt{2} < 1,42 \times 3,15$

$4,4274 < \pi\sqrt{2} < 4,473$

$4,42 < 4,4274 < \pi\sqrt{2} < 4,473 < 4,48$

Donc : $4,42 < \pi\sqrt{2} < 4,48$.

4. Encadrement d'un quotient

Méthode

Pour encadrer le quotient $\frac{a}{b}$ connaissant un encadrement de chacun des nombres positifs a et b, on peut procéder comme suit :

- on utilise l'égalité $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.
- on détermine un encadrement de $\frac{1}{b}$ de même sens que celui de a.
- on détermine un encadrement du produit $a \times \frac{1}{b}$.

Exemple

On donne : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.

Encadrons $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2.

On a : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$.

- J'encadre d'abord $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

On a : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$.

Donc : $\frac{1}{1,41} > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{1,42}$

$\frac{1}{1,42} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,41}$

- J'encadre ensuite : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

On a : $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

$\frac{1}{1,42} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,41}$

Donc : $1{,}73 \times \frac{1}{1{,}42} < \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1{,}41} \times 1{,}74.$

$$\frac{1{,}73}{1{,}42} < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{1{,}74}{1{,}41}$$

$$1{,}218 < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < 1{,}235$$

$$1{,}21 < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < 1{,}24.$$

5. Arrondis d'une racine carrée

Exemple

On donne $\sqrt{15} = 3{,}8729833462$ ....

- L'arrondi d'ordre 0 de $\sqrt{15}$ est : 4.
- L'arrondi d'ordre 1 de $\sqrt{15}$ est : 3,9.
- L'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{15}$ est : 3,87.
- L'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{15}$ est : 3,873.

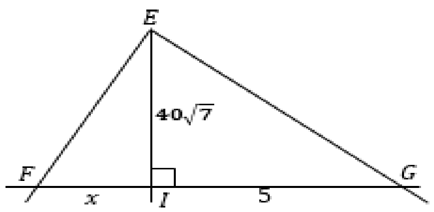
C - SITUATION D'EVALUATION

M. Diaby dispose d'un terrain de forme triangulaire. Il souhaite construire une villa de même plan que celui de son voisin M. Koné.

Pour cela il se rend chez un architecte. Ce dernier lui dit qu'il peut réaliser le même plan si l'aire de son terrain est comprise entre $360\ m^2$ et $430\ m^2$. De retour à la maison, M. Diaby veut vérifier si son terrain remplit les conditions demandées.

Son fils en classe de 3ème , avec l'aide de ses camarades veut lui apporter son aide pour faire les calculs.

La figure ci-dessous représente le terrain de M. Diaby.



(*La figure n'est pas en grandeur réelle*)

On donne : FI = x ; IG = 5 et EI = $40\sqrt{7}$.

1. Exprime FG en fonction de x .
2. Justifie que l'aire A du triangle EFG, est égale à $20\sqrt{7}(x+5)\ m^2$.
3. Sachant que $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$ et $2 < x < 3$.
   a) Encadre A par deux nombres décimaux d'ordre 2.
   b) M. Diaby pourrait-il réaliser ce projet ?

Corrigé

1. FG = FI + IG = x + 5

2. Aire de EFG. $A = \frac{FG \times EI}{2} = \frac{(x+5) \times 40\sqrt{7}}{2}$

   Donc $A = 20\sqrt{7}(x+5)$.

3. a) $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$

   $20 \times 2{,}645 < 20 \times \sqrt{7} < 20 \times 2{,}646$

   $52{,}9 < 20 \times \sqrt{7} < 52{,}92$

   $2 < x < 3$

   $5+2 < x + 5 < 3+5$

   $7 < x + 5 < 8$

$$52{,}9 < 20 \times \sqrt{7} < 52{,}92$$
$$7 < x + 5 < 8$$

$$52{,}9 \times 7 < 20\sqrt{7}(x+5) < 52{,}92 \times 8$$
$$370{,}3 < 20\sqrt{7}(x+5) < 423{,}36$$

Donc : $370{,}3 < A < 423{,}36$.

b) Monsieur Diaby pourra réaliser son projet car l'aire de son terrain est bien comprise entre 360m^2 et 430m^2.

D- EXERCICES

D-1 Exercices de fixation

Exercice1

On donne $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

Encadre $\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 0, 1 et 2.

Corrigé

- Encadrement de $\sqrt{2}$ par deux entiers consécutifs :
  $1 < \sqrt{2} < 2$.
- Encadrement de $\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 :
  $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.
- Encadrement de $\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2 :
  $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.

Exercice 2

Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.

Donne l'encadrement par deux nombres décimaux d'ordre 2 des nombres suivants :

$3\sqrt{2}$; $-4\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$.

Corrigé

- On a : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ alors $3 \times 1{,}414 < 3 \times \sqrt{2} < 3 \times 1{,}415$

donc $4{,}242 < 3 \times \sqrt{2} < 4{,}245$

par conséquent $4{,}24 < 3\sqrt{2} < 4{,}25$

- On a : $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

  $-4 \times 1{,}732 > -4 \times \sqrt{3} > -4 \times 1{,}733$

  $-6{,}928 > -4 \times \sqrt{3} > -6{,}932$

  $-6{,}92 > -4\sqrt{3} > -6{,}93$

  $-6{,}93 < -4\sqrt{3} < -6{,}92$.

- $4{,}24 < 3\sqrt{2} < 4{,}25$

  $\underline{-6{,}93 < -4\sqrt{3} < -6{,}92}$

  $4{,}24 - 6{,}93 < 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < 4{,}25 - 6{,}92$

  Donc : $-2{,}69 < 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < -2{,}67$.

D-2 Exercices de renforcement

Exercice 3

On donne le nombre réel $A = 3\sqrt{2} - 5$.

1. a) Compare $3\sqrt{2}$ et 5.

   b) Déduis-en que A est un nombre réel négatif.

2. Ecris $|3\sqrt{2} - 5|$ sans le symbole de la valeur absolue.

Corrigé

1. a) $(3\sqrt{2})^2 = 18$ et $5^2 = 25$

   On a : $18 < 25$

   $(3\sqrt{2})^2 < 5^2$

   Donc : $3\sqrt{2} < 5$

   b) $3\sqrt{2} < 5$,donc $3\sqrt{2} - 5 < 0$.

   Donc A est un nombre négatif.

2. $|3\sqrt{2} - 5| = -(3\sqrt{2} - 5) = -3\sqrt{2} + 5$.

Exercice 4

Détermine le signe de $7\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$.

Corrigé

- On compare d'abord $7\sqrt{2}$ et $6\sqrt{3}$.

  On a : $\left(7\sqrt{2}\right)^2 = 49 \times 2 = 98$ et $\left(6\sqrt{3}\right)^2 = 36 \times 3 = 108$.

  $98 < 108$

  $\left(7\sqrt{2}\right)^2 < \left(6\sqrt{3}\right)^2$.

  D'où : $7\sqrt{2} < 6\sqrt{3}$.

  Donc : $7\sqrt{2} - 6\sqrt{3} < 0$.

Exercice 5

Compare $2\sqrt{2} - 1$ et $3 - \sqrt{2}$.

Corrigé

On a : $2\sqrt{2} - 1 - (3 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 - 3 + \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} - 4$.

On compare : $3\sqrt{2}$ et 4.

On a : $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ et $4^2 = 16$.

$18 > 16$

$(3\sqrt{2})^2 > 4^2$

Donc : $3\sqrt{2} > 4$.

Donc : $3\sqrt{2} - 4 > 0$

Par conséquent : $2\sqrt{2} - 1 - (3 - \sqrt{2}) > 0$.

D'où : $2\sqrt{2} - 1 > 3 - \sqrt{2}$.

Exercice 6

Range dans l'ordre croissant les nombres suivants : $5\sqrt{57} + 16$; 50 et 60.

Corrigé

On sait que : $49 < 57 < 64$ (carrés parfaits)

donc : $\sqrt{49} < \sqrt{57} < \sqrt{64}$

$7 < \sqrt{57} < 8$

$5\times 7 < 5\sqrt{57} < 5\times 8$

$35 + 16 < 5\sqrt{57} + 16 < 40+16$

$51 < 5\sqrt{57} + 16 < 56$

$50 < 51 < 5\sqrt{57} + 16 < 56 < 60$

Par conséquent : $50 < 5\sqrt{57} + 16 < 60$.

D-3 Exercices d'approfondissement

Exercice 7

Compare les nombres $\frac{1}{2}\sqrt{29} + 3$ et $1 + \sqrt{11}$.

Corrigé

D'une part

on sait que $25 < 29 < 36$

donc $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$

$5 < \sqrt{29} < 6$

$\frac{1}{2}\times 5 < \frac{1}{2}\sqrt{29} < \frac{1}{2}\times 6$

$2{,}5 + 3 < \frac{1}{2}\sqrt{29} + 3 < 3+3$

$5{,}5 < \frac{1}{2}\sqrt{29} + 3 < 6$

D'autre part

on sait que $9 < 11 < 16$

donc $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$

$3 < \sqrt{11} < 4$

$1+3 < 1+\sqrt{11} < 4+1$

$4 < 1+\sqrt{11} < 5$.

$4 < 1+\sqrt{11} < 5 < 5{,}5 < \frac{1}{2}\sqrt{29} + 3 < 6$.

Par conséquent : $1+\sqrt{11} < \frac{1}{2}\sqrt{29} + 3$

Exercice 8

On donne : $A = \frac{1}{4-3\sqrt{2}}$ et $B = 2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

1. Écris A sans radical au dénominateur.
2. Calcule $A + B$.
3. Justifie que les nombres réels A et B sont opposés.
4. a) On donne $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.
   Détermine un encadrement B par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
   b) Déduis-en un encadrement de A.

Corrigé

1. $A = \frac{1\times(4+3\sqrt{2})}{(4-3\sqrt{2})(4+3\sqrt{2})} = \frac{4+3\sqrt{2}}{16-18} = -\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$
2. $A + B = \frac{1}{4-3\sqrt{2}} + 2 + \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\frac{4+3\sqrt{2}}{2} + 2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
   $A + B = -2 - \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2 + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{2}$.
   Donc $A + B = 0$.
3. A + B = 0 donc A et B sont opposés.
4. a) Encadrement de B

$$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$$
$$\frac{3}{2}\times 1{,}41 < \frac{3}{2}\times\sqrt{2} < \frac{3}{2}\times 1{,}42.$$

$$2 + \frac{3}{2}\times 1{,}41 < 2 + \frac{3}{2}\times\sqrt{2} < 2 + \frac{3}{2}\times 1{,}42.$$

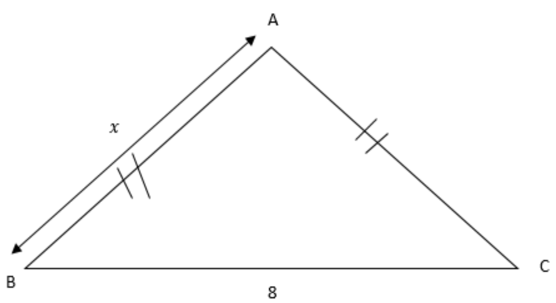
$$4{,}1 < B < 4{,}2$$

b) Encadrement de A

$A = -B$, donc : $-4{,}2 < B < -4{,}1$.

Exercice 9

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle en A.
$AB = x$; $BC = 8$. On donne : $4{,}5 < x < 4{,}6$.



1. a) Détermine le périmètre du triangle ABC en fonction de x.
   b) Déduis- en un encadrement de ce périmètre.

2. a) Détermine la hauteur issue du point A en fonction de x.
   b) Déduis-en que l'aire du triangle ABC est comprise entre 8 et 10 cm^2.