



CODE :

Thème : Géométrie du plan

LECON 6 : ANGLES INSCRITS

Durée : 6 heures

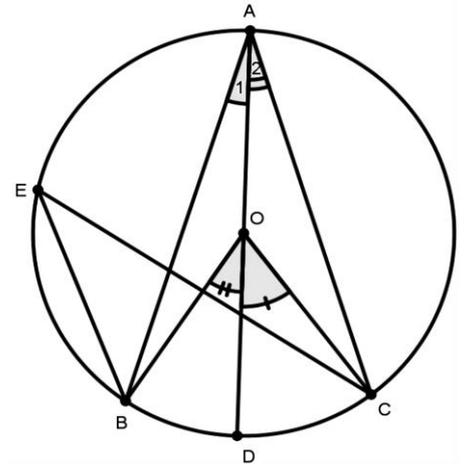
A- SITUATION D'APPRENTISSAGE

Le Proviseur d'un établissement a fait une commande de médailles chez un bijoutier pour récompenser ses meilleurs élèves. Celui-ci doit faire la réplique de la médaille ci-contre.

Mais le bijoutier se dit que s'il pouvait connaître les mesures des angles qui y figurent, la reproduction serait parfaite.

Son fils en classe de 3^{ème} lui propose de l'aider.

Ensemble, ils décident de déterminer les mesures de ces angles.



B- CONTENU DE LA LEÇON

I. ANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE

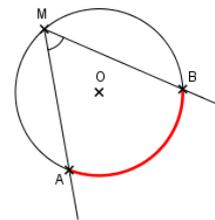
1. DÉFINITION

Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est un point du cercle et les côtés coupent le cercle.

Exemple

L'angle \widehat{AMB} est appelé angle inscrit dans le cercle.

L'angle \widehat{AMB} intercepte l'arc \widehat{AB} .



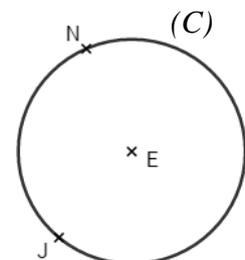
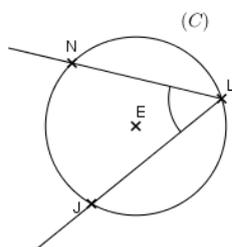
EXERCICE DE FIXATION

On donne la figure ci-contre.

- 1) Nomme un angle au centre.
- 2) Place un point L tel que \widehat{NLJ} soit un angle inscrit dans le cercle (C).

Corrigé

- 1) \widehat{NEJ} est un angle au centre.
- 2)



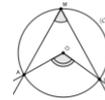
2. ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE ASSOCIÉ

Définition

Un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre de ce cercle sont dits associés lorsqu'ils interceptent le même arc.

Exemple

L'angle inscrit \widehat{AMB} et l'angle au centre \widehat{AOB} sont associés car ils interceptent le même arc \widehat{AB} .

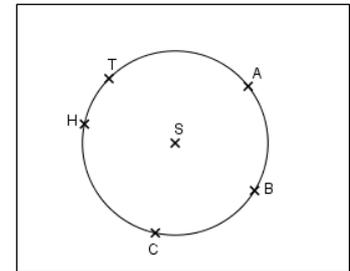


Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, les points C, H, A et T appartiennent au cercle de centre S.

Reproduit le tableau ci-dessous puis complète-le.

Angles inscrits	\widehat{CTA}	\widehat{ATC}	\widehat{TCA}
Angles au centre associés			



Corrigé

Angles inscrits	\widehat{CTA}	\widehat{ATC}	\widehat{TCA}
Angles au centre associés	\widehat{CSA}	\widehat{ASC}	\widehat{TSA}

II. PROPRIETE DES ANGLES INSCRITS ET DES ANGLES AU CENTRE

1. MESURE D'UN ANGLE AIGU INSCRIT ET DE L'ANGLE AU CENTRE ASSOCIÉ

Propriété

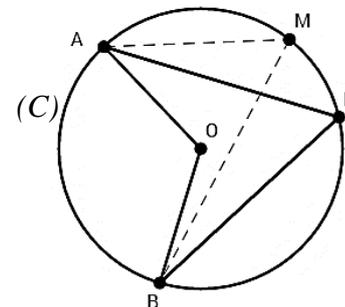
Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de celle de l'angle au centre associé.

EXERCICE DE FIXATION

(C) est un cercle de centre O.

A, B et M sont trois points de (C) tels que le triangle ABD soit équilatéral.

- 1) Justifie que : $mes \widehat{AOB} = 120^\circ$.
- 2) Calcule $mes \widehat{AMB}$.



Corrigé

- 1) \widehat{ADB} est un angle inscrit ayant pour angle associé l'angle au centre \widehat{AOB} .
On a : $mes \widehat{AOB} = 2 mes \widehat{ADB}$. Or, $mes \widehat{ADB} = 60^\circ$; donc $mes \widehat{AOB} = 120^\circ$.
- 2) \widehat{AMB} est un angle inscrit ayant pour angle au centre associé l'angle au centre \widehat{AOB} .
Donc : $mes \widehat{AMB} = \frac{1}{2} mes \widehat{AOB} = 60^\circ$.

2. ANGLES INSCRITS INTERCEPTANT LE MÊME ARC

Propriété

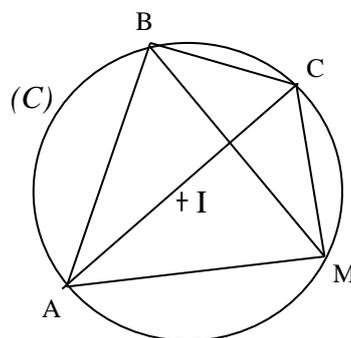
Si dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre I.

On donne : $\text{mes } \widehat{BAC} = 30^\circ$ et $\text{mes } \widehat{BCA} = 50^\circ$.

Détermine $\text{mes } \widehat{BMC}$ et $\text{mes } \widehat{BMA}$.

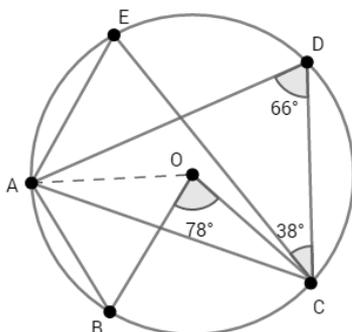


Corrigé

- Les angles inscrits \widehat{BMC} et \widehat{BAC} interceptent le même arc \widehat{BC} dans le cercle (C), donc $\text{mes } \widehat{BMC} = \text{mes } \widehat{BAC} = 30^\circ$.
- Les angles inscrits \widehat{BMA} et \widehat{BCA} interceptent le même arc \widehat{BA} dans le cercle (C), donc $\text{mes } \widehat{BMA} = \text{mes } \widehat{BCA} = 50^\circ$.

C- SITUATION D'ÉVALUATION

Un artisan de Waraniéré a reçu d'un client, une commande de nappe de table circulaire avec les contraintes précisées par la figure ci-dessous.



Il devra réaliser une toile circulaire de diamètre 3 m. La mesure de l'angle \widehat{AOB} doit être plus petite que 60° . Seulement, après analyse du schéma fourni, il se demande s'il est possible de satisfaire le client vu que la mesure de l'angle \widehat{AOB} n'est pas donnée.

L'artisan te sollicite pour l'aider à déterminer cette mesure pour une reproduction parfaite.

Réponds aux préoccupations de l'artisan.

Corrigé

Déterminons la mesure de l'angle \widehat{AOB} .

L'angle inscrit \widehat{ADC} est associé à l'angle au centre \widehat{AOC} ; donc : $\text{mes } \widehat{AOC} = 2 \text{ mes } \widehat{ADC} = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$.

Or, $\text{mes } \widehat{AOB} = \text{mes } \widehat{AOC} - \text{mes } \widehat{BOC} = 132^\circ - 78^\circ$.

Donc : $\text{mes } \widehat{AOB} = 54^\circ$.

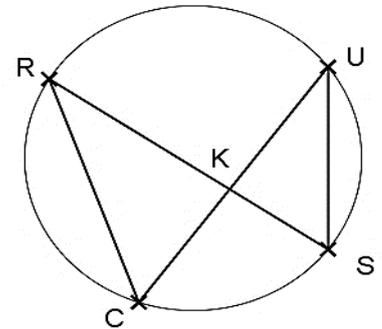
Étant donné que la mesure de l'angle \widehat{AOB} est plus petite que 60° , nous pouvons affirmer que cet artisan fera une réalisation parfaite.

D- EXERCICES

D-1 Exercices de fixation

Exercice 1

Sur la figure ci-contre, les points R, S, C et U sont sur le même cercle dont les cordes [RS] et [CU] se coupent en K. Complète le tableau par vrai ou faux selon que l'angle est inscrit ou non dans le cercle. Si l'angle est inscrit, nomme l'arc intercepté . comme dans l'exemple de la première colonne.

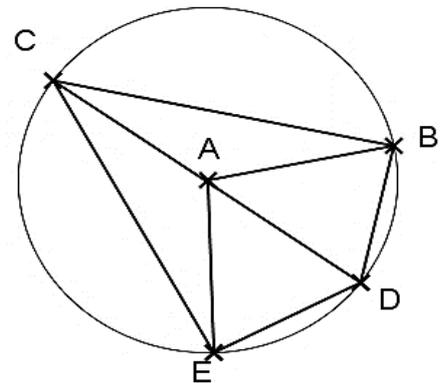


Angles	\widehat{RKU}	\widehat{CRS}	\widehat{URS}	\widehat{CSK}	\widehat{UKS}
Angle inscrit	Faux				
Arc intercepté	Néant				

Exercice 2

Observe la figure ci-contre puis complète le tableau suivant.

Angle inscrit	\widehat{CEB}	\widehat{DBC}		\widehat{DCB}
Angle au centre associé			\widehat{EAD}	



Exercice 3

Dans un cercle, l'angle au centre mesure :

- le double de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- la moitié de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- le tiers de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

Indique la lettre qui correspond à la réponse correcte.

Corrigé

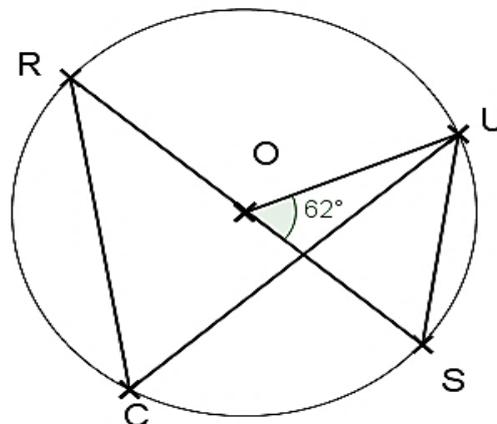
La lettre qui correspond à la réponse correcte est la lettre a).

D-2 Exercices de renforcement

Exercice 4

Sur la figure ci-contre, les points R, C, S et U sont sur le même cercle de centre O et de diamètre [SR]. On sait que $mes \widehat{UOS} = 62^\circ$.

- 1) Calcule :
 - a) $mes \widehat{UOR}$.
 - b) $mes \widehat{UCR}$.
- 2) Justifie que $mes \widehat{USR} = mes \widehat{UCR}$.

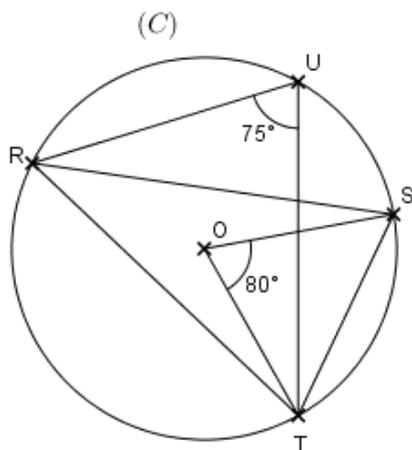


Corrigé

- 1) a) \widehat{ROS} est un angle plat donc $mes \widehat{ROS} = 180^\circ$. Or $mes \widehat{UOR} = mes \widehat{ROS} - mes \widehat{UOS}$, donc $mes \widehat{UOR} = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$.
b) \widehat{UCR} est un angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{UOR} , donc $mes \widehat{UCR} = \frac{1}{2} mes \widehat{UOR} = 59^\circ$.
- 2) Les angles \widehat{USR} et \widehat{UCR} sont des angles inscrits qui interceptent le même arc \widehat{UR} , donc $mes \widehat{USR} = mes \widehat{UCR}$.

Exercice 5

Utilise les données de la figure ci-dessous pour déterminer la mesure de chacun des angles du triangle RST.



Corrigé

- Les angles inscrits \widehat{RUT} et \widehat{RST} interceptent le même arc, donc $mes \widehat{RST} = mes \widehat{RUT} = 75^\circ$.
- \widehat{SRT} est un angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{SOT} , donc $mes \widehat{SRT} = \frac{1}{2} mes \widehat{SOT} = 40^\circ$.
- Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° donc

$$\text{mes } \widehat{RTS} = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ.$$

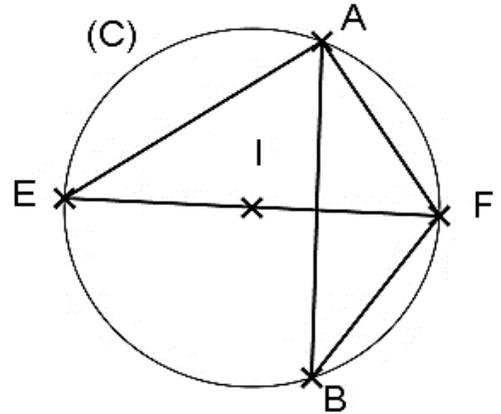
D-3 Exercices d'approfondissement

Exercice 6

L'unité de longueur est le centimètre.

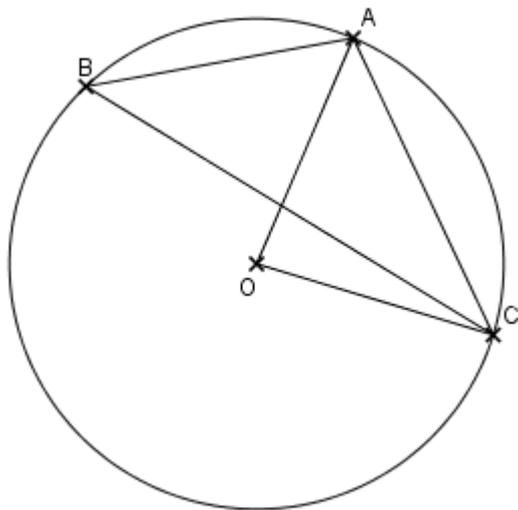
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs :

- (C) est un cercle de centre I et de rayon 4 ;
 - [EF] est un diamètre du cercle (C) ;
 - A et B sont deux points de (C), on donne $AF = 6$
- 1) a) Justifie que le triangle AEF est rectangle en A.
b) Calcule AE.
 - 2) Justifie que $\text{mes } \widehat{AEF} = \text{mes } \widehat{ABF}$.
 - 3) Justifie que $\text{Sin } \widehat{AEF} = 0,7$
 - 4) Utilise l'extrait de la table trigonométrique pour encadrer $\text{mes } \widehat{AEF}$ par deux nombres entiers consécutifs.



Exercice 7

Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont sur le cercle de centre O et $\text{mes } \widehat{OAC} = 36^\circ$.



- 1) Indique la nature du triangle OAC. Justifie ta réponse.
- 2) Détermine la mesure des angles suivants :
 \widehat{OCA} ; \widehat{AOC} ; \widehat{ABC} .