

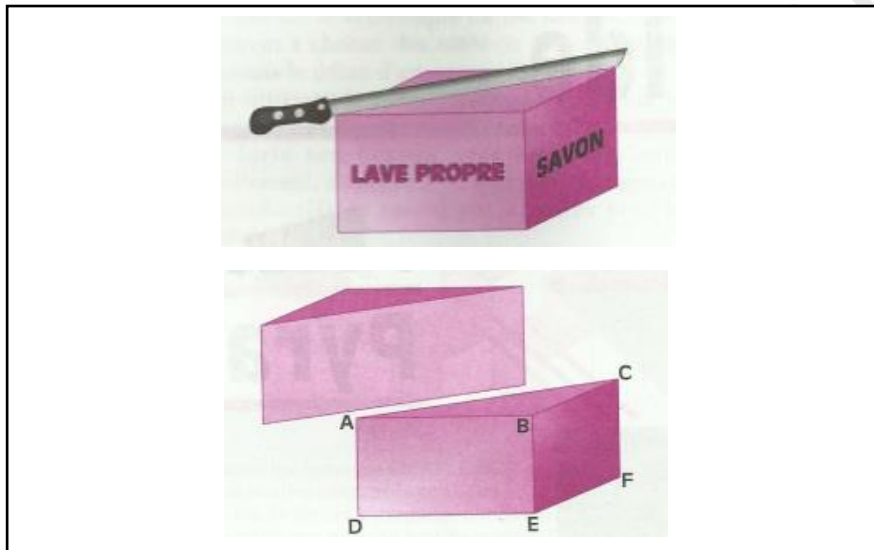


## THEME : GEOMETRIE DE L'ESPACE

### LECON 12 DE LA CLASSE DE CINQUIEME : PRISMES DROITS

#### A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Au cours d'une leçon sur les solides de l'espace en classe de 5<sup>ème</sup>, le professeur coupe un nouveau savon de forme cubique suivant une diagonale d'une face. Il obtient deux solides identiques. Il demande aux élèves d'observer attentivement l'un des solides et de donner des informations justes concernant ce solide.



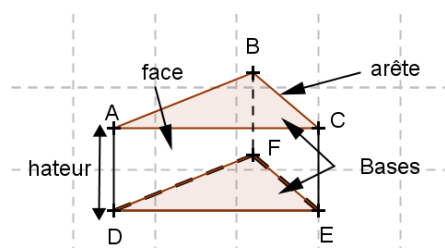
#### B-CONTENU

##### I- Généralités

##### 1. Définition

Un prisme droit est un solide de l'espace dont deux faces sont des polygones superposables, appelées **bases**, et toutes les autres faces sont des rectangles, appelés **faces latérales**.

##### 2. Description et représentation



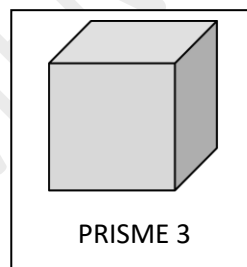
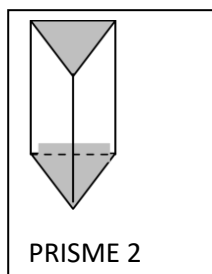
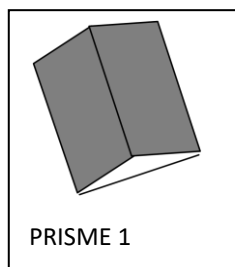
ABCDEF est prisme droit à base triangulaire.

- Les faces ABC et DEF sont les bases du prisme droit ;
- Les faces ADEC, CEFB et BADF sont les faces latérales du prisme droit ;
- Les segments [AB] ; [BC] ; [CA] ; [DF] ; [FE] ; [ED] ; [AD] ; [BF] et [CE] sont les arêtes du prisme droit ;
- Les trois arêtes [AD] ; [BF] et [CE] relient les deux bases du prisme droit, on les appelle les arêtes latérales.
- Les arêtes latérales ont la même longueur : c'est la hauteur du prisme droit.
- Les points A, B, C, D, E, et F sont les sommets du prisme droit.
- Le nombre de faces d'un prisme droit est égale au nombre de côtés d'une base.

### Exercices de fixation :

#### Exercice 1

1) Les solides représentés ci-dessous sont des prismes droits posés sur une face. Pour chacun d'eux dis s'il est posé sur l'une de ses bases ou s'il est placé sur l'une de ses faces latérales.



#### Corrigé de l'exercice 1

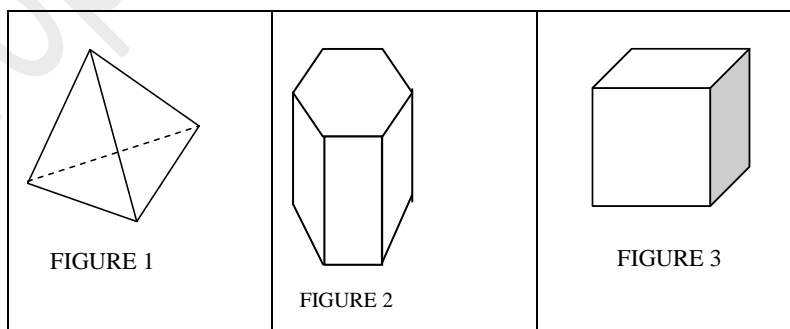
Le prisme 1 est posé sur l'une de ses faces latérales.

Le prisme 2 est posé sur l'une de ses bases.

Le prisme 3 est posé sur l'une de ses faces latérales ou sur l'une de ses bases.

#### Exercice 2

Dis si chaque solide représenté ci-dessous est un prisme droit. Justifie ta réponse.



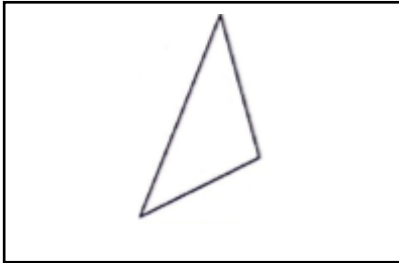
#### Corrigé de l'exercice 2

- La figure 1 n'est pas la représentation d'un prisme droit car elle n'a aucune face rectangulaire.
- La figure 2 est la représentation d'un prisme droit car elle possède deux faces parallèles et superposables et des faces latérales rectangulaires.

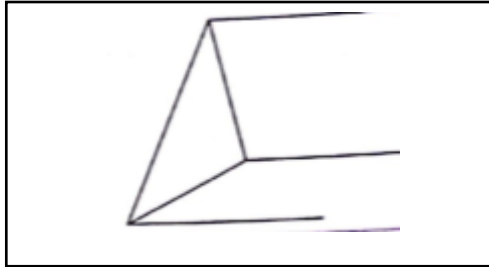
*Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi*

- La figure 3 est la représentation d'un prisme droit car c'est un cube.

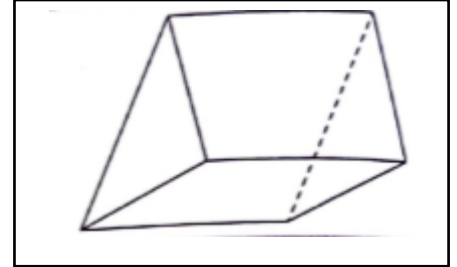
### 3. Réalisation d'un prisme droit



On commence par tracer la base visible du prisme, en traits pleins.



On trace ensuite les hauteurs du prisme : hauteur(s) visible(s) en trait(s) plein(s), hauteur(s) cachée(s) en pointillés.



On complète en étant attentif aux traits pleins et pointillés.

## II- Patron

### 1. Définition

Un patron d'un solide est une figure plane qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide.

### 2. Identifier un patron d'un prisme droit

Un patron d'un prisme droit est une figure plane qui, pliée, permet de reconstituer ce prisme. Il est constitué de deux bases (polygones superposables) et de faces latérales (rectangles).

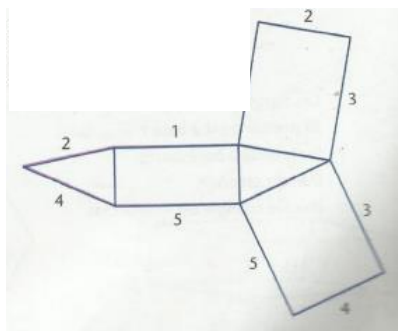
Pour qu'une figure plane soit le patron d'un prisme droit, il faut :

- qu'elle ait deux polygones superposables (les bases) ;
- que le nombre de rectangles (faces latérales) soit égal au nombre de côtés d'une base ;
- que les côtés en contact au moment du pliage aient la même longueur.

### Exemple

La figure ci-dessous est le patron d'un prisme droit à base triangulaire.

Les numéros identiques indiquent les arêtes qui coïncideront quand le prisme sera reconstitué



**Exercice de fixation**

Identifie le patron de prisme sur les trois figures ci-dessous

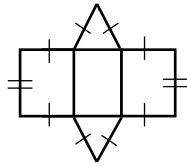


Figure 1

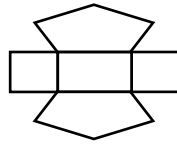


Figure 2

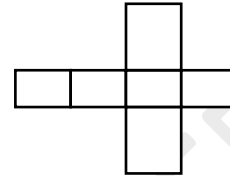


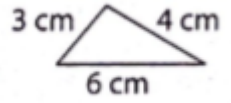
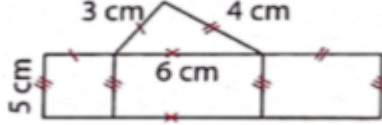
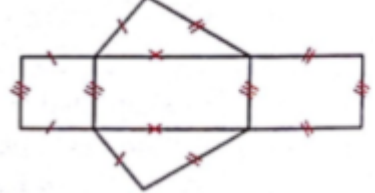
Figure 3

**Corrigé de l'exercice de fixation**

Seule la figure 1 représente le patron d'un prisme.

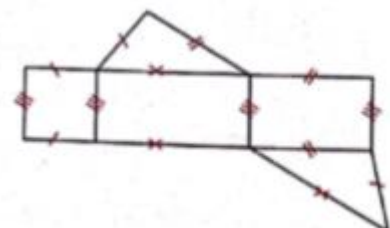
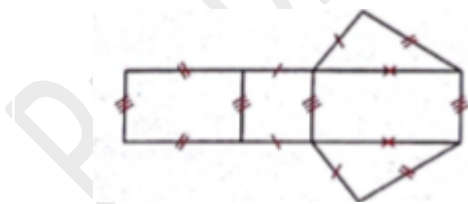
**3. Construire un patron d'un prisme droit**

Construction du patron d'un prisme de base le triangle ABC tel que  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $BC = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 4\text{ cm}$  et de hauteur  $5\text{ cm}$ .

 <p>On construit le triangle ABC dont les mesures sont indiquées.</p>	 <p>On construit trois rectangles ayant pour dimension commune la hauteur du prisme, l'autre dimension mesurant 3 cm, 4 cm et 6 cm selon l'arête en contact.</p>	 <p>On complète par un autre triangle superposable au premier</p>
---	--	---

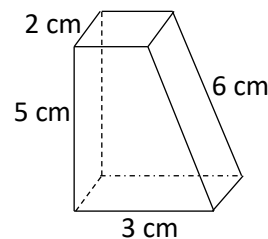
**Remarque :**

Il existe plusieurs patrons pour un même prisme droit. Par exemple, les figures ci-dessous sont deux patrons de ce même prisme droit.

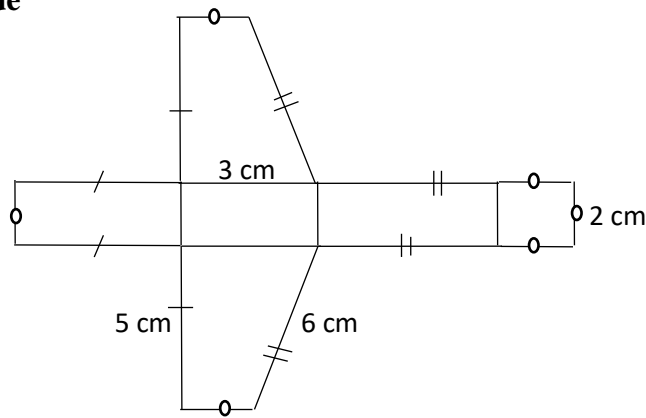


**Exercice de fixation**

Construis le patron du prisme droit ci-contre.



## Réponse attendue



### III- Aire et volume

#### 1. Aire latérale

L'aire latérale d'un prisme droit (aire des faces latérales) est égale au produit du périmètre de la base par la hauteur du prisme.

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \times h$$

#### Exercice de fixation :

Calcule l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 10 cm, dont la base est un parallélogramme ABCD de dimensions AB = 5 cm et BC = 3 cm.

#### Corrigé de l'exercice de fixation

$$\begin{aligned} \text{Son périmètre de base est : } P_{\text{base}} &= 2 \times (AB + BC) \\ &= 2 \times (5 + 3) \\ &= 2 \times 8 \end{aligned}$$

$$P_{\text{base}} = 16 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{Son aire latérale est : } A_{\text{latérale}} &= P_{\text{base}} \times h \\ &= 16 \times 10 \\ A_{\text{latérale}} &= 160 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

L'aire latérale de ce prisme droit vaut 160 cm<sup>2</sup>.

#### 2. Aire totale

L'aire totale d'un prisme droit est égale à la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.

$$A_{\text{totale}} = 2 \times \text{aire d'une base} + A_{\text{latérale}}$$

#### Exercice de fixation

Un prisme droit a pour hauteur 9 cm et l'une de ses bases est un carré de côté 3 cm. Calcule son aire totale.

#### Réponse attendue

$$\begin{aligned} A_{\text{totale}} &= 2 \times \text{aire d'une base} + A_{\text{latérale}} \\ &= 2 \times 3^2 + 4 \times 3 \times 9 \\ &= 18 + 108 \\ &= 126 \end{aligned}$$

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi

L'aire totale de ce prisme est  $126 \text{ cm}^2$ .

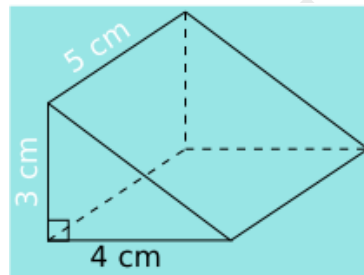
### 3. Volume

Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

#### Exercice de fixation :

Calcule le volume du prisme droit ci-contre :



#### Corrigé de l'exercice de fixation :

On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$A_{\text{base}} = \frac{4 \times 3}{2}$$

$$A_{\text{base}} = 6 \text{ cm}^2$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

$$= 6 \times 5$$

$$V = 30 \text{ cm}^3$$

### III-.SITUATION D'EVALUTION

La figure ci-contre est la représentation d'une niche de chien

qui a la forme d'un pavé droit surmonté d'un prisme droit.

Le maître du chien veut recouvrir l'intérieur de toutes

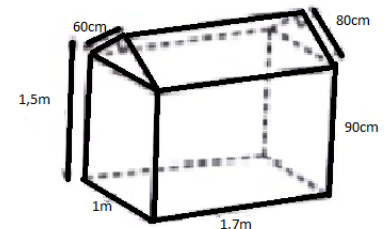
les faces (Sol, murs et toiture) de la niche avec du papier-peint.

Il dispose d'une somme de 15 000F et veut savoir si

cette somme suffira pour payer le papier-peint nécessaire sachant

que le papier-peint coûte 1 500F le mètre carré. Il sollicite ton

aide.



1-Calcule la surface de papier-peint nécessaire pour couvrir l'intérieur de cette niche.

2-Calcule le montant de la dépense du maître.

3- Dis si la somme de 15 000F suffira ou non. Justifie ta réponse.

*Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi*

### Corrigé de la situation d'évaluation

1-Calculons la surface de papier-peint nécessaire pour couvrir l'intérieur de cette niche.

Calculons l'aire totale de la niche

$\mathcal{A}_T = \text{aire latérale du pavé droit} + \text{aire latérale du prisme droit}$

$$= \mathcal{P}_1 \times h_1 + \mathcal{P}_2 \times h_2$$

$$= 2(1+1,7) \times 0,9 + (0,6 + 0,8 + 1) \times 1,7$$

$$= 4,86 + 4,08$$

$$\mathcal{A}_T = 8,94 \text{ m}^2$$

2- Calculons le montant de la dépense.

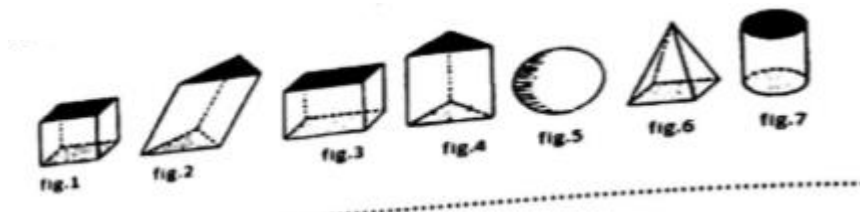
Le montant de la dépense est :  $1500 \times 8,94 = 13410$  FCFA.

3- Les 15000 FCFA suffiront car  $13410 < 15000$ .

### C- EXERCICES

#### Exercice 1

Parmi les solides suivants, indique ceux qui représentent un prisme droit. Justifie ta réponse.



Corrigé de l'exercice 1

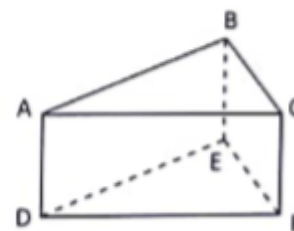
Les figures 1 ; 2 ; 3 et 4 représentent un prisme droit car elles ont deux bases superposables et des faces latérales qui sont des rectangles.

#### Exercice 2

La figure ABCDEF ci-contre est un prisme droit.

Cite:

- les bases
- les faces latérales
- tous les sommets
- les arêtes qui relient les bases
- une hauteur

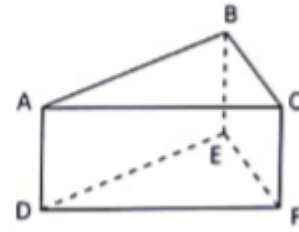


Corrigé de l'exercice 2

La figure ABCDEF ci-contre est un prisme droit.

Citons :

- Les bases du prisme sont les triangles ABC et DEF.
- Les faces latérales sont les rectangles ACFD, ABED, BCFE.
- Les sommets sont les points A, B, C, D, E et F.
- Les arêtes sont AD, BE et CF.
- Une hauteur de ce prisme est BE.



Exercice 3

La figure ci-contre est un prisme droit tel que l'aire de la base ABC est  $20 \text{ cm}^2$

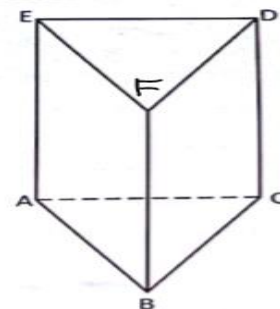
Entoure la bonne réponse:

Le volume du prisme ABCDEF est

- a)  $20 \times AE$ ; b)  $20 \times EF$ ; c)  $20 \times ED$ ; d)  $20 \times FD$

Correction de l'exercice 3

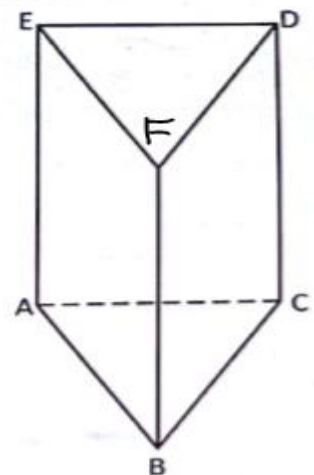
Le volume du prisme ABCDEF est  $20 \times AE$



Exercice 4

Observe la figure ci-contre et répond par vrai(V) ou par faux(F) à chacune des affirmations contenues dans le tableau ci-dessous.

Affirmation	Réponse
La figure EDC est une face latérale du prisme ABCDEF	
La figure EDFA est une base du prisme ABCDEF	
La figure ABCE est une face latérale du prisme ABCDEF	
La figure DFBC est une face latérale du prisme ABCDEF	
La figure BFA est une base du prisme ABCDEF	

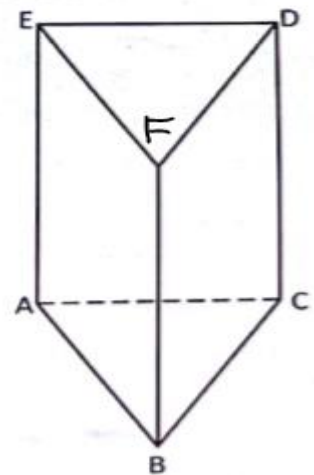




### Exercice 4

Observons la figure ci-contre et répond par vrai ou par faux à chacune des affirmations contenues dans le tableau ci-dessous.

Affirmation	Réponse
La figure EDC est une face latérale du prisme ABCDEF	faux
La figure EDFA est une base du prisme ABCDEF	faux
La figure ABCE est une face latérale du prisme ABCDEF	faux
La figure DFBC est une face latérale du prisme ABCDEF	vrai
La figure BFA est une base du prisme ABCDEF	faux



### Exercice 6

Les figures ci-dessous sont des prismes droits. Pour chacune d'elles, la face hachurée est-elle une base ou une face latérale? Justifie ta réponse.

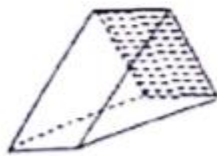


Figure 1



Figure 2

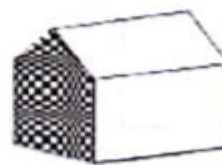


Figure 3

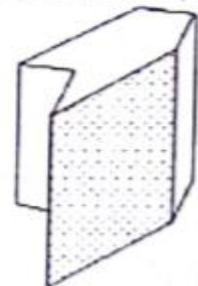


Figure 4

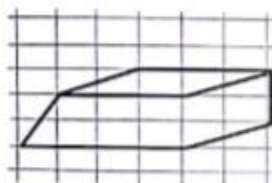


Fig 1

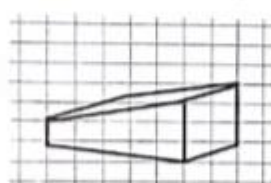


Fig 2

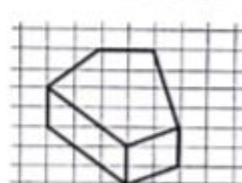


Fig 3

### Exercice 8

Réponds par vrai ou par faux aux affirmations contenues dans le tableau ci-dessous.

Affirmations	Réponses
Un prisme droit à des rectangles comme faces latérales	
La base d'un prisme droit est un triangle ou un rectangle	
Un prisme droit est un solide	
Un solide est un prisme droit	
Les bases d'un prisme droit sont superposables	

*Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi*

Les faces latérales d'un prisme droit sont toujours des carrés

### Exercice 9

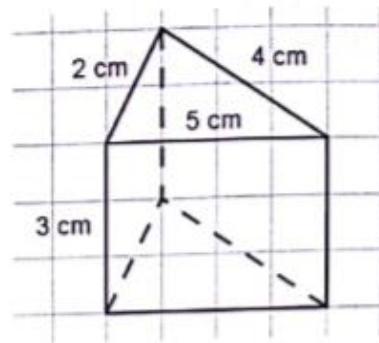
Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 7 cm et de bases des triangles rectangles de cotés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

### Exercice 10

Dessine en vrai grandeur un patron d'un prisme droit de hauteur 3,5 cm et ayant pour base un triangle rectangle en A tel que  $AB = 2,8$  cm et  $AC = 4,2$  cm.

### Exercice 11

Dessine un patron du prisme droit ci-contre.



### Exercice 12

Un prisme droit a pour hauteur 12 cm et l'une des bases est un carré de coté 4 cm.

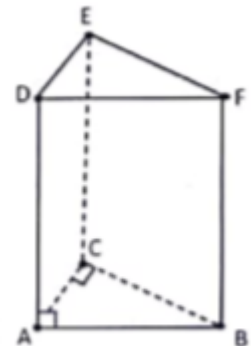
1. Calcule l'aire latérale de ce prisme.
2. Calcule l'aire totale de ce prisme.

### Exercice 13

Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 7 cm ayant pour base un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 2 cm.

### Exercice 14

Calculer le volume du prisme droit ci-contre sachant que: ABC est un triangle rectangle en C et  $CB = 5$  cm,  $CA = 4$  cm et  $AD = 7$  cm.

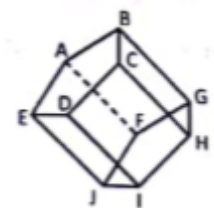


## C-2. EXERCICES DE RENFORCEMENT

### Exercice 15

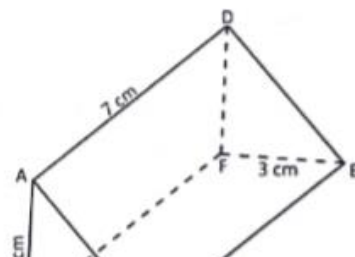
La figure ci-contre représente un prisme droit.

1. Nomme une de ses bases et une de ses hauteurs.
2. Détermine le nombre d'arêtes, de sommets et de faces latérales sur ce Prisme.



### Exercice 16

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'exp



ABCDEF est un prisme droit.

1-a) Nomme les bases de ce prisme.

b) Détermine la longueur CB. Justifie ta réponse.

c) Quelle est la nature des bases?

2-Calcule le volume du prisme ABCDEF.

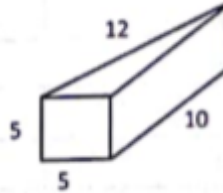
### Exercice 17

Le solide ci-contre est un prisme droit.

1-Calcule son aire latérale.

2-Calcule son aire totale.

3-Calcule son volume.



### Exercice 18

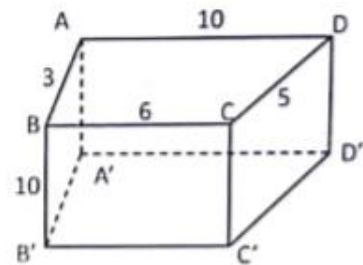
L'unité est le centimètre.

La figure ci-contre est un prisme droit dont les bases sont Trapèzes rectangles.

1-Donne la longueur de sa hauteur.

2-Calcule l'aire totale.

4-Calcule son volume.



### SOLUTION DE L'EXERCICE 18

1. La longueur de sa hauteur est 10 cm

2. Calculons l'aire totale  $\mathcal{A}_T$  de ce prisme :

On a :  $\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_L + 2\mathcal{B}$  avec  $\mathcal{A}_L$  l'aire latérale et  $\mathcal{B}$  l'aire d'une base.

Or  $\mathcal{A}_L = \mathcal{P} \times h$  avec  $\mathcal{P}$  le périmètre d'une base et  $h$  la longueur de la hauteur.

$$\mathcal{A}_L = (10 + 3 + 6 + 5) \times 10 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_L = 24 \times 10 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_L = 240 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{B} = \frac{(10+6) \times 3}{2} \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{B} = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } \mathcal{A}_T = 240 \text{ cm}^2 + 2 \times 24 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{\mathcal{A}_L = 288 \text{ cm}^2}$$

3. Calculons son volume  $\mathcal{V}$

$$\text{On a : } \mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$$

$$\mathcal{V} = 24 \times 10 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{\mathcal{V} = 240 \text{ cm}^3}$$

### Exercice 19

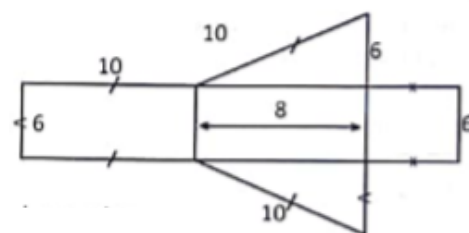
L'unité est le centimètre.

Voici l'esquisse d'un patron d'un prisme droit dont les bases sont des triangles rectangles.

1-Reproduis ce patron en dimensions réelles.

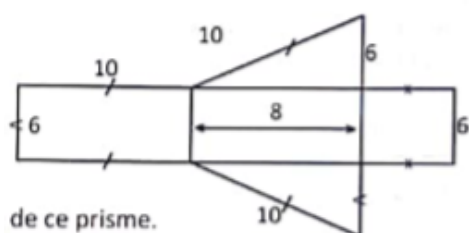
2-Réalise ce prisme droit.

3-Détermine l'aire latérale, l'aire totale et le volume de ce prisme.



### SOLUTION DE L'EXERCICE 19 (Approfondissement)

1. Je reproduis ce patron en dimensions réelles



2. (voir prisme)

3. Je détermine :

✓ L'aire latérale  $\mathcal{A}_L$

On a :  $\mathcal{A}_L = \mathcal{P} \times h$  avec  $\mathcal{P}$  le périmètre d'une base et  $h$  la longueur de la hauteur relative à cette base .

$$\mathcal{P} = (10 + 6 + 8) \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} = 24 \text{ cm et } h = 6 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_L = 24 \times 6 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_L = 144 \text{ cm}^2$$

✓ L'aire totale  $\mathcal{A}_T$

$$\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_L + 2\mathcal{B} \text{ avec } \mathcal{B} \text{ l'aire d'une base.}$$

$$\mathcal{B} = \frac{6 \times 8}{2} \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{B} = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } \mathcal{A}_T = 144 \text{ cm}^2 + 2 \times 24 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_T = 192 \text{ cm}^2$$

✓ Le volume  $\mathcal{V}$  du prisme

$$\text{On } \mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$$

$$\mathcal{V} = 24 \times 6 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{\mathcal{V} = 144 \text{ cm}^3}$$

### Exercice 2

Parmi les figures ci-dessous, indique celles qui ne représentent pas des prismes droits. Justifie ta réponse.

